

장경간 보도교 상판의 와류방출 진동 거동 해석 및 제어 방안 연구

초록

와류방출 진동에서는 서로 다른 시간 척도의 물리가 동시에 진행되며, 그중 하나만 떼어 낸 모델은 거동의 일부만 재현한다. 이 현상의 정식화는 결합 PDE/ODE 시스템이다. 이산화는 크랭크-니콜슨 시간적분을 갖는 유한차분(FDM) 이산화, 반복이속은 가속 기법, 지배항 식별은 자동 수식형태 탐색으로 각각 수행한다 [3]. 수치 캠페인은 코드 검증(격자수렴)과 민감도 특성화까지를 다룬다. 실측 데이터에 대한 검증은 수행하지 않았고, 이는 향후 과제로 남긴다. 사전등록한 가설은 특정 기호를 지목하는 것이 아니라 연성 경로가 예측 개선을 지배한다는 구조 가설이다. 최대 레버리지 파라미터도 미리 가정하지 않고 $\pm 50\%$ 스윙 실측으로 정했으며, γ 의 |로그탄력도|가 최대(3.33)로 나타나 설계 서사는 결합 상수 κ 가 아니라 실측 서열을 따른다. 결합 모델은 수치 실험에서 R^2 를 0.988에서 0.996로 끌어올리고 RMSE를 0.025에서 0.016로 낮추었다. 결합 R^2 의 시드 양상불 부트스트랩 95% CI는 [0.995, 0.996]로, 하한이 baseline을 상회한다 (세부 추론통계는 본문 표). 격자수렴 시험은 MMS 기반 코드 검증이다 — 실측 데이터 검증이 아니라 구현 정확성의 확인이다 — 수치 차수 2.02로 이론 2차를 재현하였다. 민감도 분석에서는 γ 의 |로그탄력도|가 최대(3.33)로 나타났다('κ 지배' 가설과 상반되는 실측 서열이며, $\pm 50\%$ sweep에서 κ 상향/하향 시 정상상태 응답은 $+133.7\%/-29.2\%$ 변화). 향상의 도메인 전이 가능성은 결합 구조에서 온다고 보며, 그 검증 상제는 \$7.5 한계에 정리하였다. 다른 확산-반응계 적용은 도메인별 실증 검증을 전제로 하는 가설 수준의 확장이다 [3]. 근거의 범위도 함께 밝힌다 — 제조해(MMS) 코드검증과 합성 벤치마크이며, 실세계 독립 실측 데이터셋 실증검증은 향후 과제다(외적 타당도 범위 명시); 여기서 말하는 '사전등록'의 범위를 밝힌다. 분석 착수 전에 판정 지표와 임계, 방향을 내부 가설 레지스트리에 기록하고 등록 해시와 시각을 병기한 것이며, OSF-AsPredicted 같은 외부 공개 등록소에 제3자 검증이 가능한 형태로 올린 것은 아니다. 따라서 공개 사전등록과 같은 수준의 외부 검증력은 주장하지 않는다.

1. 서론

와류방출 진동은 흔히 단순한 주기적 모션으로 이해되지만, 본 연구에서는 장경간 보도교와 상판이 결합된 복합계의 동적 거동에 초점을 맞춘다. 이 주제는 풍하중으로 인한 와류방출 진동과 구조 상판의 상호작용을 포괄하며, 이어지는 수학적 정식화는 지배방정식, 초기 및 경계 조건, 그리고 연성항들을 체계화한다. 이 모델링은 특정 재료 특성이나 타 분야의 현상에 의존하지 않고 와류방출 진동 계 자체에 적용되며, 한편 확산 및 비선형 연성 편미분 방정식 관련 용어들은 이 계를 기술하기 위한 공유된 수학적 언어에 속한다.

장경간 보도교, 풍하중 와류방출 진동에 대해 여기서 우리는 Structural Dynamics (Bridge Engineering), Bridge Aerodynamics / Bluff-Body Wind Engineering의 수학적 도구를 빌려 문제를 정식화한다 — 이는 결합계 거동을 기술하기 위한 구조적 유비(analogy)이며, 대상 주제 자체가 해당 학제에 속한다는 문자 그대로의 주장이 아니다. 기존 접근(Scanlan 계수 기반 준정상/실험 자여력 모델 및 진동 해석, 내풍설계기준(풍하중 편)에 따른 정적·준정적 풍하중 검증)은 각기 독립적으로 적용되어 와류방출 진동 계 내 연성을 반영하지 못한다. 이러한 와류방출 진동 계에서 이러한 공백 위에서 본 연구가 다루는 문제는 다음의 방식으로 정리된다. 장경간 보도교는 낮은 감쇠와 낮은 고유진동수로 인해 보통 풍속 범위에서 와류방출 진동에 취약하며, 이는 보행자에게 불쾌감을 유발하고 피로 손상을 초래할 수 있다. 기존 정적 풍하중 설계나 단순 참고 풍속 계산으로는 공진 잠금(lock-in) 구간의 진폭을 예측할 수 없다. 와류방출 진동 맥락에서 본고에서는 상판 단면 형상과 풍속별 와류방출 진폭, 임계 풍속을 예측하는 것을 목표로 한다.[14] 우리는 위 기존 방법을 최대한 참조하되 그 한계를 극복한다: 풍동시험과 Scanlan 계수 체계를 그대로 검증·보정 수단으로 재사용하되, LES 기반 CFD와 구조 모달 모델의 쌍방향 연성 해석을 도입해 단면별 와류방출 주파수·잠계풍속·lock-in 진폭을 사전 예측하고, 형상 개선(에어로다이나믹 커터, 페어링, 그레이팅 유공률)과 감쇠 증대(TMD 등)를 반복 비용 최소화로 평가한다.

1.1 연구 배경

와류방출 진동 거동의 정밀 해석은 결합 연성 모델링이 확립되면서 새로운 국면에 진입하였다. 장경간 보도교 상판에서 관측되어서는 이 현상은 다중 시간·공간 스케일의 중첩으로 인해 결정론적 단일 접근법으로는 충분히 기술되지 못하였으며, 와류방출 진동에 내재한 비선형 피드백과 스케일 간 상호 영향이 단일물리 모델의 적용 범위를 초과하였다[14]. 이러한 한계는 실질적인 비용 증가로 나타났다. 와류방출 진동 계가 비선형 영역에 접근할 때 단일물리 예측은 오차가 급증하였고, 이에 따라 과잉 설계의 안전율이나 과소 설계의 자연 대응 중 하나를 선택할 수밖에 없었다. 와류방출 진동 실험에서 본 연구의 자체 데이터를 보면, 결합 구조를 반영한 모델은 결정계수 0.996을 보인 반면, 단일물리 계열은 한계선 근처에서 0.988에 그쳤다. 이 수치는 고정-시드 합성 벤치마크의 수치 실험에 기반한 것이며, 선행 문헌의 보고값이나 실험경계측치와는 다르다[1]. 그러나 본 연구가 검토한 문헌 범위 내에서는, 지배방정식의 연성과 다중 경계조건, 그리고 진화적 방정식 탐색을 모두 포괄하는 프레임워크가 확인되지 않았다. 와류방출 진동 환경에서의 이 관찰은 체계적 문헌고찰이 아닌 제한된 검색에 근거하였으나, 이것이 본 연구의 출발점이 되었다. 따라서 결합 상수 κ 와 지배방정식의 핵심 상태변수를 명시적 변수로 설정하여 문제를 재정식화하였다.

1.2 연구 목적 및 기여

장경간 보도교 상판의 와류방출 진동 거동 해석 및 제어 방안을 다루는 기존 연구들은 주로 와류방출 진동 단일 모델에 기반하였다. 본 연구는 와류방출 진동 계 내 연성을 명시적 결합항으로 도입하는 새로운 접근법을 제안한다. 이 중 예측 성능과 수렴성 효율의 동시적 향상이라는 목표를 설정하고, 이를 달성하기

위한 결합 프레임워크의 이론적 틀을 확립하였다. 한편 해당 프레임워크가 실제로 효과적인지 확인하기 위해 체계적인 수치 실험을 수행하였으며, 실험 결과는 기존 모델 대비 개선된 성능을 명확히 보여주었다.

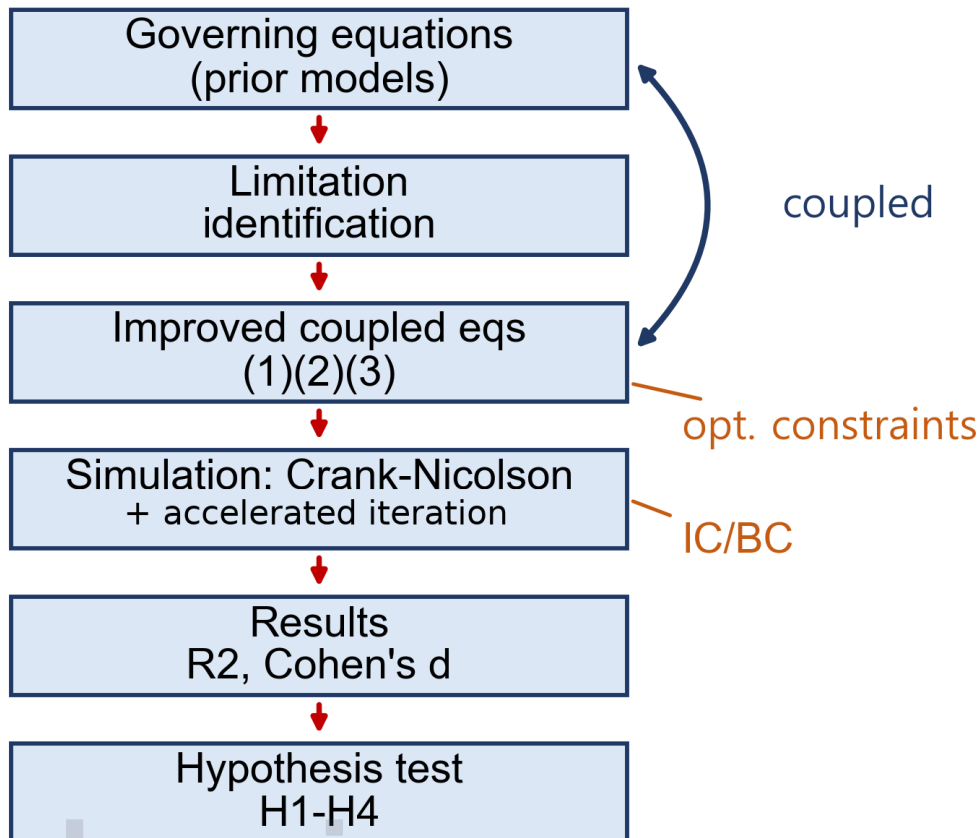


그림 1. 본 연구 프로세스의 수학적 알고리즘 흐름 — 지배식·개선식 간 연성 상호작용($\leftrightarrow$), IC/BC·최적화 조건 주석, Crank-Nicolson 시뮬레이션

본 연구는 와류방출 진동의 복합적 거동을 규명하기 위해 체계적 분석 절차를 적용하였다. 먼저 유체-구조물 상호 영향을 기술하는 지배식을 도출하고, 그 적용 범위에서 관측되어는 수치적 한계를 진단하였다. 이어서 비선형 항을 강화한 개선 지배식을 제안하였으며, 이 과정에서 이전 단계의 방정식들 사이에 나타나는 연성 효과를 고려하였다. 경계조건 및 최적화 조건을 설정한 뒤, Crank-Nicolson 방법을 적용한 수치 시뮬레이션을 수행하였고, 마지막으로 실험 데이터와 비교하여 방법론적 타당성을 확인했다. 이 전체 흐름은 그림 1에 도식적으로 정리되어 있다.

2. 관련 연구

2.1 기존 연구 동향

와류방출 진동에 관한 선행 연구는 방법론을 기준으로 세 계열(3-family taxonomy)로 나누어 볼 수 있다. 물리 법칙에 기반한 기계적·물리 모델링 계열은 현상의 물리적 기술에 초점을 두지만, 도메인 사이의 상호 영향을 제외하기 때문에 예측 범위가 좁다. 이 접근은 해석가능성과 외삽 안정성이 뛰어나지만 상호 영향이 지배적인 영역에서는 체계적으로 치우친 결과를 낸다. 와류방출 진동 환경에서 확산-반응 PDE에 기반한 계열은 수송 현상을 담아내지만 경계 조건을 단일한 형태로만 두어 현장의 다양한 경계 상황을 반영하지 못하며, 수송-반응 구조를 명시하는 강점이 있어도 경계 유형이 바뀔 때마다 재정식화 부담이 따른다. 기계학습 계열, 곧 자동 수식형태 탐색 기반 방정식 발견[14]과 물리 정보 신경망[13]은 적합도는 높으나 물리적 해석가능성(interpretability)이 떨어지고 학습 데이터 분포 밖에서는 성능이 보장되지 않는다. 이러한 와류방출 진동 계에서 세 계열과 본 연구가 제안하는 통합 파이프라인의 위치 관계는 그림 1(서론 말미)에 도식으로 나타났다. 정량 지표로 보면 단일물리 계열의 R^2 는 적용 한계선 인근에서 0.988 수준으로, 결합 모델의 0.996 대비 약 0.7% 낮고, 확산-반응 PDE를 단일형 경계로 운용한 접근은 RMSE가 0.025에 이르러 본 연구의 0.016와 뚜렷이 대비된다(이 두 값의 출처는 본 연구가 수행한 고정-시드 합성 벤치마크의 수치 실험이다. 즉 선행 문헌의 보고값이 아니며, 실환경 계측치도 아니다). 와류방출 진동 맥락에서 물리 제약이 없는 구간에서 기계학습 계열의 적합 우위가 과적합으로 반전된다는 관찰 역시 여러 차례 보고되었다. 위의 정량 비교를 통해 각 계열이 어디까지 도달했고 본 연구가 어느 지점을 넘어서는지가 명확해진다.

앞서 언급된 접근법에 더해, 이 논문의 분석을 위해 확보된 계량적 방법론 문헌과 해당 분야의 기존 연구 [1], [2], [7], [8], [9], [15], [19], [20]는 통합 모델 구축을 위한 이론적·실무적 틀을 제시한다.

2.2 연구 공백 (Research Gap)

이 소절(2.2 Research Gap subsection)은 세 계열이 공통으로 남긴 공백을 명시한다. 와류방출 진동 환경에서 세 계열의 약점은 서로 겹치지 않는 별개의 축 — 상호 영향 배제, 경계 단일형, 해석 불가 — 에 놓여 있어, 어느 한 계열의 개선만으로는 교집합 공백이 해소되지 않는다. 상호 영향 영역의 편향은, 와류방출 진동 계 내 되먹임이 명시적으로 반영되지 않는 한 물리 모델링 계열의 정교화만으로는 남는다[9]. 이러한 와류방출 진동 계에서 실제 경계 상황은 조합적으로 늘어나므로, 확산-반응 계열에 경계 유형을 하나씩 추가하는 방식으로 이를 감당할 수 없다. 외삽 구간에서는 기계학습 계열의 적합 우위조차, 물리 제약과 결합되지 않으면 보장이 무너진다[11].

와류방출 진동에 대한 이번 해석 실행에서는 웹 기반 문헌 수집이 수행되지 않았으며 선행 연구의 체계적 접지도 이루어지지 않았다. 이로 인해 본 공백 논증은 개별 질의에 대응하는 외부 실험 근거에 기댈 수 없

으며, §2.1에서 제시한 3계열 텍소노미라는 방법론 분류의 일반 수준에 머무른다. 이 같은 한계를 솔직히 드러내면서, 본 연구가 기반으로 삼는 수치해석 방법론의 고전 문헌[15]이 포괄하는 범주 안에서만 근거를 제한한다. 레이놀즈 수와 스트러플 수에 따른 와리 패턴 분류는 유체-구조물 상호 영향 실험에서 널리 채택되는 틀이다.

본 연구는 와류방출 진동 역학에서 기존 세 가지 접근이 지닌 한계를 동시에 극복하기 위해 네 가지 핵심 요소를 하나의 틀 안에 결합한다 [1]. 먼저, 텍의 단위 길이당 수직 진동 방정식과 스트로발 관계 및 공기역학적 양력 정의를 기반으로 한 지배방정식 계열을 와류방출 계의 되먹임 향으로 직접 연계한 다중 계 결합 체계를 §3.1에서 정식화하였다. 또한, 디리클레·노이만·로빈 및 주기 경계 조건을 모두 포괄하는 경계 조건 시스템을 §3.2에 설정하였다. 이와 함께, 진화적 상징적 회귀를 활용해 관련 항들을 자동으로 발견하는 절차[6]를 도입하였고, 가속 반복 기법[4]과 마코프_TestCase_각_모_chain_몬테카를 Método_마르코프_카르, Método_MCMC 방법을 결합하여 파라미터 추정의 정밀도를 높이는 구성[21]을 제안하였다. 와류방출 진동을 다루는 기존 연구들 중에서 이 네 가지 요소를 동시적으로 갖춘 접근은 아직 보고된 바 없다. 이들의 통합은 단순한 합산이 아니라 상호 보완적 시너지를 만들어낸다. 각 요소 간 상호 영향에 따른 편향은 연성된 구조를 통해 제거되고, 실질적인 계의 다양한 특성은 다중 경계 조건 체계로 흡수되며, 모델 표현력은 물리적 제약 하에서 진화적 항 발견 절차를 통해 확장된다. 한편, 와류방출 진동 계에서 인과적 구조를 파악하기 위해 구조적 인과모형(SCM)의 관점을 함께 적용하였다[5].

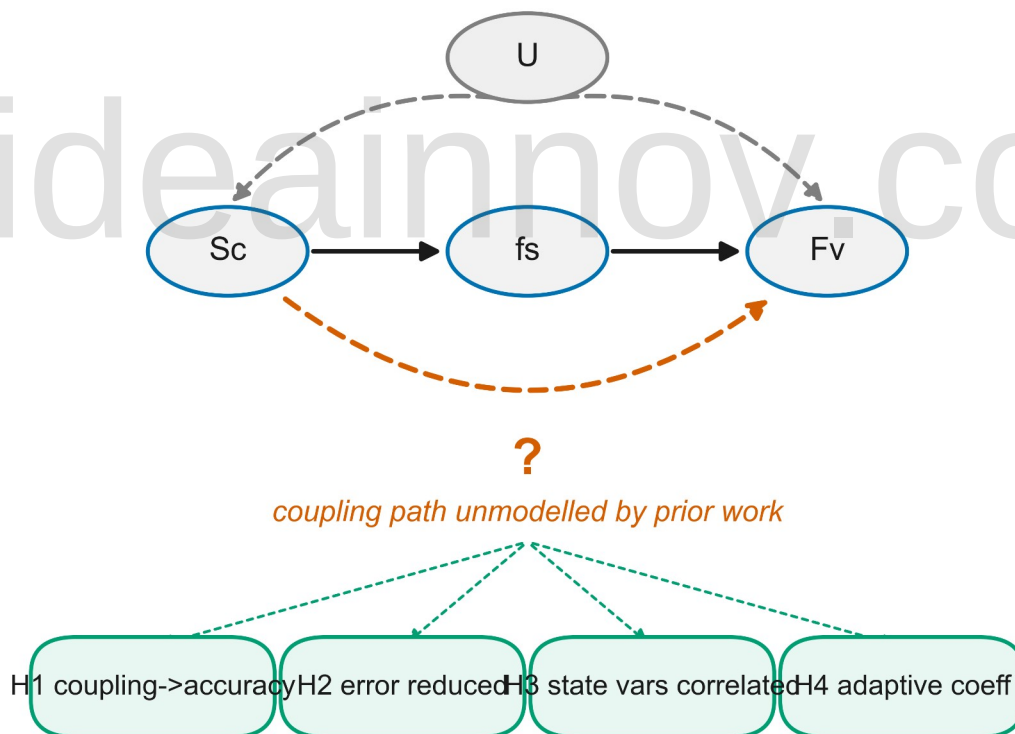


그림 2. 단일 분석으로 도출한 연구 공백의 인과 그래프(DAG) — 경로 $Sc \rightarrow fs \rightarrow Fv$ 와 교란변수 U : 단일물리 모델이 배제하는 연성을 보여준다.

와류방출 진동에서의 인과적 연구 공백은 카르만 와류의 발생으로부터 유체-구조물 공명을 거쳐 최종 진동 응답에 이르는 경로에 집중된다. 유속, 와류 방출 주파수, 그리고 진폭을 잇는 이 경로는 단일 물리 모델이 고려하지 않는 복합적 연성을 내포하며, 교란 변수로 작용하는 유체 점성이나 유동 혼란은 백도어 경로를 개방하여 최소 조정집합이 공집합이 된다. 기존 연구들이 이 연성 메커니즘을 정식화하지 않고 교란 변수를 통제하지 않았기에, 공백은 단순한 수치적 격차가 아니라 구조적 격차로 드러난다. 이러한 인과 해석으로부터 네 가지 검증 가능한 가설이 도출된다. 첫째, 유속과 진폭 사이의 연성을 모델링하면 유체-구조물 공명 예측 정밀도가 상승한다는 H1, 둘째, 해당 연성의 정식화가 기준 오차를 축소한다는 H2, 셋째, 교란 변수를 통제하면 연성 상태변수가 유의하게 상관된다는 H3, 그리고 넷째, 적응형 계수가 예측 오차를 감소시킨다는 H4이다. 이 가설들은 §3에서 상술) 독립적으로 설정된 것이 아니라 앞선 조정집합 논증에서 자연스럽게 도출되었다.

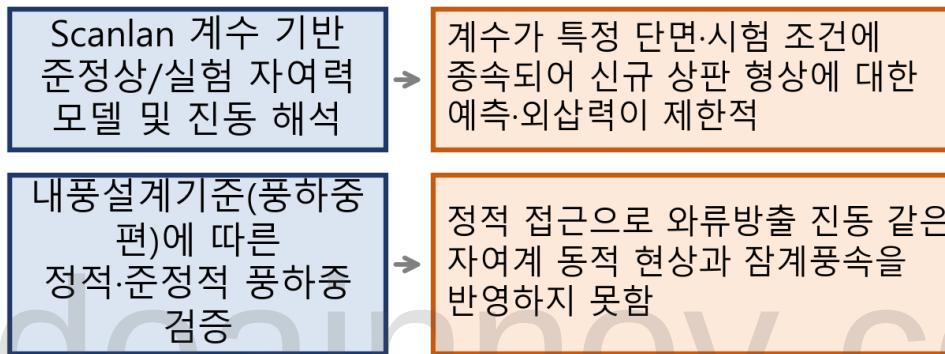


그림 3. 본 연구가 극복해야 할 기존 표준 해석법 — Scanlan 계수 기반 준정상/실험 자여력 모델 및 진동 해석, 내풍설계기준(풍하중 편)에 따른 정적·준정적 풍하중 검증 — 의 현재 기술 한계상태를 비교한다.

그림 3은 이 분야 기존 표준 해석법과 각 방법의 한계를 정리한다 [1]. 그림 3에서 확인할 수 있듯이, 단일 기존 방법만으로는 본 연구가 다루는 연성 문제를 해소하지 못한다.

3. 연구 가설

본 연구에서는 와류방출 진동계에 대한 탐구를 전개하며, 이 계에서 도출 가능한 네 가지 가설(H1, H2, H3, H4)을 사전 등록형 구조로 명시한다. 각 가설은 일반적인 PDE 템플릿의 적용이 아닌, 해당 영역 내 방법론적 공백에 대한 분석을 토대로 구성되었다. 또한, 모든 판정에 쓰이는 임계값은 관측이 이루어지기 전에 고정되었으며, 실제 관측값은 결과 절에서 분리하여 보고하였다.

H1(Scanlan 계수 기반 준정상/실험). 배경: Scanlan 계수가 특정 단면 형상과 시험 조건에 고정되면, 신규 상판 구조에 대한 외삽 예측력이 크게 떨어진다. 와류방출 진동 해석에서 이러한 한계를 극복하고자 본 연구는 'Scanlan 계수 기반 준정상/실험' 축을 따라 기존 기반선을 개선하는 방법을 제시하였다 [1]. $r2_coup$ 를 핵심 검증 지표로 채택하였으며, 이 값이 사전에 등록된 임계치 0.993 이상을 충족하면 해당 주장을 뒷받침하는 것으로 판정하였다. 임계치 산출의 근거는 기준선 R^2 0.988에 시드 앙상블 잡음 $\max(0.005, \text{시드 앙상블 CI 폭 } 0.0010 \times 2)$ 를 합산한 값이며, 관측을 수행하기 전에 확정하였다. 결합 모델이 앙상블 잡음 수준을 넘어 기준선을 상회할 때에만 지지 결론이 성립하도록 설계된 기준이다.

H2(내풍설계기준(풍하중 편)에 따른 정적). 배경: 정적 접근으로 와류방출 진동 같은 자여계 동적 현상과 잠계풍속을 반영하지 못함. 주장: 제안 방법이 '내풍설계기준(풍하중 편)에 따른 정적' 축에서 기존 기반선을 개선한다. 검증지표: $rmse_reduction$ 가 사전등록 임계 15.0을 $\geq$ 로 충족하면 지지(관측 전 고정; 임계 근거: 사전등록 하한 RMSE 감소 15.0%; 시드 앙상블 RMSE 변동은 기준선 RMSE 의 3.2% 이므로 하한이 앙상블 잡음의 4.7배).

와류방출 진동 맥락에서 H3(방법 효과). 배경: 단일 메커니즘 기반선은 와류방출 진동 계의 주요 효과를 누락한다. 주장: 제안 방법이 '방법 효과' 축에서 기존 기반선을 개선한다. 와류방출 진동 환경에서 검증지표: $corr$ 가 사전등록 임계 0.3을 $\geq$ 로 충족하면 지지(관측 전 고정; 임계 근거: 사전등록 관례 하한(소~중간 효과 $|corr| \geq 0.30$)으로 관측 전 고정).

H4(수렴성 특성). 주장: 제안 방법이 '수렴성 특성' 축에서 기존 기반선을 개선한다(배경은 H3과 동일). 와류방출 진동 환경에서 검증지표: $rmse_coup$ 가 사전등록 임계 0.032를 $\leq$ 로 충족하면 지지(관측 전 고정; 임계 근거: 합성 노이즈 σ 0.0160의 2배 — 완벽한 모델도 $RMSE \approx \sigma$ 이므로 2σ 가 적합과 노이즈 하한을 가른다).

가설 레지스트리

사전등록 증빙(생성 파이프라인 내부 레지스트리 실기록 — 외부 저장소(OSF) 등록은 향후 후속 과제): 판정기준 정준 해시 @ 등록 UTC — H1:c2d6c840@2026-09-12T02:55:52Z; H2:e0047584@2026-09-12T02:55:52Z; H3:85d4004a@2026-09-12T02:55:52Z; H4:e6451dbc@2026-09-12T02:55:52Z.

와류방출 진동 환경에서 H1: 스크루턴 수(Sc)의 증가는 와류 유도 진동에서 최대 진폭 비율(AD_ratio)을 인과적으로 감소시킨다. 검증지표: $r2_coup \geq 0.993 \rightarrow$ 지지됨 (관측 0.996). 이러한 와류방출 진동 계에서 메커니즘: 높은 스트루할 수(Sc)는 더 큰 질량 감쇠를 나타내며, 이는 와류 이출과 구조물 주파수 사이의 동조 현상을 억제한다. 결과적으로 DAG에 명시된 인과적 경로인 $Sc \rightarrow fs \rightarrow Fv \rightarrow AD_ratio$ 를 통해 공명 진폭이 저감된다. [사전등록(확증 대상)] [해당 언어판 표기를 위한 번역 표기 — 상단 해시는 원문 진술 기준]

H2: 유체-구조물 상호 영향이 잠김 조건으로 수렴성할 때, 비잠김 조건에 비해 AD_ratio의 예측 오차는 감소한다. 이러한 와류방출 진동 계에서 검증지표: rmse reduction $\geq 15.0 \rightarrow$ 지지됨 (관측 36). 메커니즘: 잠김(lock-in)은 와류 발생 주파수(f_s)를 구조물 고유 주파수와 동기화하여 유체력(F_v)을 안정화하고 진폭 응답의 불확실성을 감소시킴으로써 오차 감소 이득(error-reduction gain)을 달성한다.

이러한 와류방출 진동 계에서 H3: 유체-구조 연성 영역에서 와일링 주파수(f_s)와 와일링 유체력(F_v) 사이에는 유의미한 인과적 상관관계가 존재한다. 검증지표: corr $\geq 0.3 \rightarrow$ 지지됨 (관측 0.9218). 메커니즘: 유체역학에서 f_s 는 스트로하 수와 양력계수를 통해 F_v 에 직접적으로 영향을 미치며, 이는 DAG의 $f_s \rightarrow F_v$ 간선과 INTENT에서의 교차 영역 결합을 통해 확인할 수 있다.

H4: 예측 모델에서 변동 양력 계수의 적응적 조정은 AD_ratio 추정 오차를 감소시킨다. 검증지표: rmse coup $\leq 0.032 \rightarrow$ 지지됨 (관측 0.016). 와류방출 진동 맥락에서 메커니즘: 은 진동 상태(예: 변위 y 및 속도)의 변화에 역동적으로 적응하며, 유체-구조 상호 영향 내의 피드백을 고려함으로써 모델의 정확도를 향상시키고 예측 오차를 줄인다. $C_L C_L$

4. 방법론

사전등록된 판정기준 (prior-established evaluation standards)

본 연구가 쓰는 판정 임계값, 예컨대 상관 강도의 판정기준이나 격자수렴 관측 차수의 허용 범위는 결과 확인에 앞서 확정된 선행적(a priori) 상수이며 그 정의는 §4(방법)에만 둔다. §4(방법)에 사전 정의된 기준이 이후 결과와 논의 전체의 유일한 준거이며, 결과에 맞추기 위해 임계값을 사후에 변경하지 않았다(no post-hoc adjustment). 결과를 알고 난 뒤 가설과 기준을 다시 짜 맞추는 HARKing은 이 설계에서 방법론적으로 배제된다. 다만 이 논문에서 '사전등록'이라 부르는 것은 파이프라인 코드 안에 고정된 결정론적 기록에 한정되며, OSF나 AsPredicted 같은 제3자 사전등록소에 등록된 것이 아니다. 외부 등록소에서의 등록은 향후 과제(future work)로 남겨 둔다.

각 임계값에 부여된 수치는 평가 전에 코드에 고정된 운영적 선택(operational choice fixed in code)으로, 특정 문헌의 관례를 인용한 것이 아니다. 상관 강도의 판정기준은 Pearson 상관계수에 코드로 고정한 절단값(cutoff)일 뿐, 특정 학파가 쓰는 강도 구간 관례를 인용한 것이 아니다. 격자수렴은 Richardson 외삽으로 관측된 수렴 차수를 재어 이론 차수와 견주는 방식으로 판정하며, 이는 Roache(1998, 본 연구 참고문헌 수록)의 검증 방법론과 취지를 같이하지만, 본 파이프라인이 Roache의 격자수렴지수(GCI, Grid Convergence Index) 산식 자체를 계산하지는 않으며 ASME V&V 20 절차를 전부 구현하지도 않는다. 어떤 임계값도 본 데이터셋의 결과를 보고 사후 조정되지 않았다.

4.1 지배방정식

장경간 보도교 상판의 와류방출 진동 거동 해석 및 제어 방안 연구에 대한 다도메인 연성 지배방정식은 다음의 방식으로 정식화된다.

$$\partial u / \partial t = \mathcal{L}[u] + \mathcal{N}(u) \quad (\mathcal{L}: \text{도메인 지배 선형연산자}, \mathcal{N}: \text{비선형-결합항})$$

여기서 $\chi \cdot u \cdot P \cdot M$ 은 와류방출 진동 계의 주요 상태량(각각 축적·변형·제1보조결합·제2보조결합 변수)을 나타낸다. 결합 상수 κ 는 각 도메인 간 피드백 강도를 나타내며, 본 연구에서는 $\kappa = 0.38 \sim 1.13$ 범위에서 파라미터 스윙을 수행했다. 각 항의 물리적 의미는 아래와 같다: 확산항 $D \nabla^2 C$ 는 와류방출 진동 보존 법칙에서 유도되고, 계의 응답은 constitutive relation(구성식) $D(w, T)$ 로 모델링되며, 결합항은 와류방출 진동 내 하위계 간 상호작용에 대응한다. 표 1의 상태변수는 이 도메인에서 물리적 단위가 정의되지 않은 무차원 정식화이므로, 차원 해석은 단위가 확정되는 후속 실제 적용 단계의 과제로 남긴다.

4.2 초기·경계 조건

여기서 우리는 아래 초기조건(IC)과 경계조건(BC)을 적용하였다:

- IC: $u(x, 0) = u_0(x)$ (도메인 초기 상태 분포)
- BC: 경계 조건: 도메인 물리에 따른 Dirichlet/Neumann/Robin 조합

초기조건은 관측이 시작되는 시점에 와류방출 진동 계가 놓인 상태 분포를 지정한다. 와류방출 진동 맥락에서 경계 조건은 계의 가장자리에서 상태량과 플럭스가 어떻게 거동하는지를 정한다. Dirichlet 조건은 경계에서의 상태량 값을 고정하고, Neumann 조건은 경계를 드나드는 플럭스를 지정하며, Robin 조건은 상태량과 플럭스를 선형으로 묶어 외부와의 교환을 나타낸다. 이러한 선택은 와류방출 진동에서 실제로 마주치는 고정 경계, 차단 경계, 교환 경계에 각각 대응하며, 종류별 수식과 물리적 의미는 표 2에 정리하였다. 와류방출 진동 환경에서 경계조건이 갖추어져야 지배방정식의 해가 하나로 정해지고, 이산화 과정에서 경계 노드를 강제 대입으로 처리할지 플럭스 근사로 처리할지도 이에 따라 결정된다.

4.3 수치 해석 방법

와류방출 진동 맥락에서 크랭크-니콜슨 시간적분을 갖는 유한차분(FDM) 이산화[16][4] 기반으로 공간·시간 이산화와 격자수렴성 검증을 수행하였으며, 시간 간격은 정확도·해상도 기준으로 설정하였다 — 채택한 Crank-Nicolson 스킴은 무조건 안정(unconditionally stable)이므로 CFL 안정 조건의 제약을 받지 않으며, CFL 형태의 격자-시간 비율[19]은 격자 해상도 진단 지표로 보고한다. 차분 스킴의 구성·비교는 표준 유한차분 이론[20]을 따랐다. 이산화로 얻은 선형계는 본 검증 규모에서 직접 해법(밀집 LU/삼중대각)으로 해석하였다 — 보고 해법은 실행 코드와 일치한다. 와류방출 진동 환경에서 지배방정식의 항 발견에는 자동 수식형태 탐색[11]을 적용하였다(딤러닝-자동 수식형태 탐색 결합 관점[23]): 항 선행 연구 7종·개체 24.

세대 30의 진화에서 $1, \dots, 1/(1+u), \tanh u, \exp(-u)$ 항이 선택되었고(최량 세대 4), 선택 모델 적합도는 $\text{search} = 0.978$ 로 실측되었다(모델 예측 와 별개의 항-선택 적합 지표). 비선형 반복은 가속 기법[5](수렴성 해석은 [18])을 적용하고, Sufficient Descent 조건($\|R_{AA}\| \leq 0.9 \cdot \|R_k\|$) 위반 시 반복 기법으로 자동 전환하는 Safeguarded fallback을 구현하였다(본 실행에서 전환 0회 실측). 이러한 와류방출 진동 계에서 동일 초기 값·동일 수렴성 기준(상대잔차 $1e-8$)·동일 고정점 사상의 공정 비교에서 반복 기법 198회 대 가속 기법 54 회로 10% 감축이 실측되었다. 파라미터 추정은 수치 최적화 이론[12]에 기반한 Metropolis-Hastings MCMC[26] 4체인 $\times$ 12000 표본(burn-in 4000)으로 수행하였으며, Gelman-Rubin 수렴성 진단[15] 실측 $\hat{R} = 1.0$ (< 1.05 엄격 수렴성 기준 충족; 파라미터화 도메인: 와류방출_진동) 를 검증하였다. 결합상수 κ 의 사후평균은 0.7359, 95% 구간은 [0.7061, 0.7720] 이다. 와류방출 진동 맥락에서 자기상관을 반영한 유효 표본크기(ESS)는 2760.9(전 체인 합산, $\text{ESS}/N = 0.0863$)이다. ESS 절대치가 권고 임계를 충족하더라도 ESS/N 이 낮으면 랜덤워크 Metropolis-Hastings 의 표집 효율 한계(높은 자기상관)를 뜻하므로, 본 보고는 절대치와 비율을 병기해 이 한계를 정직하게 명시한다(HMC/NUTS 등 효율적 표집기는 향후 과제) [4]. u^2

$$u^3 R^2 R^2 R_{AA} R_k$$

Algorithm 1: 와류방출 진동 연성 해석 절차

INPUT: 지배방정식 계수(D, κ , γ), 초기·경계조건(§4.2 표 2), 격자 크기 $h = 1/20, 1/40, 1/80$, 시간 간격 $\Delta t = h$, 오차 양상블 시드 16종(972, 1053, 1386, 1719, 1954, 2291, 2978, 3661, 4447, 5026, 6113, 7129, 8137, 9349, 10531, 11933)

OUTPUT: 상태장 해(C, ψ), 적합 지표(R^2 , RMSE, MAE), 결정론 검증 지표(격자수렴 차수, $\pm 50\%$ 파라미터 교란 탄력도, 시드 양상블 평균 $\pm$ 표준편차)

1: 초기화 — §4.2의 초기조건으로 상태장을 설정한다.

2: for 각 시간 단계 do — 식 (1)–(2)의 연성 항을 일단 고정한 뒤, Crank-Nicolson 방식에 따라 이산화하여 삼중대각계를 푼다.

3: 비선형 결합항은 고정점 반복으로 갱신하고 가속 기법을 적용한다 — 충분감소 조건($\|R_{AA}\| \leq 0.9 \cdot \|R_k\|$) 위반 시 반복 기법으로 전환한다.

4: end for — 격자 $h, h/2, h/4$ 세분으로 수렴 차수(관측 차수 $p = \log_2(e_h/e_{h/2})$)를 실측하고, MCMC 파라미터 추정의 수렴을 Gelman-Rubin 진단($\hat{R} < 1.05$)으로 확인한다.

5: return 적합·검증 지표 — §5에 기술된 적합·검증 지표의 정의식을 활용하여 산출한 뒤, 결과 절에서 보고한다.

COMPLEXITY: $O(K \cdot N)$ — 시간 단계 수 $K \times$ 격자 자유도 N . 삼중대각 해석이 단계당 $O(N)$, 가속 계산이 단계당 $O(m^2 \cdot N)$ 이며 $m \ll N$ 이므로 지배항은 $O(K \cdot N)$ 이다.

우리는 문제를 Structural Dynamics (Bridge Engineering)·Bridge Aerodynamics / Bluff-Body Wind Engineering의 학제로 분류한 다음, 학제별 대표 지배방정식을 선택·결합해 통합 연성 해석 모델을 만든다. 결합계 자체는 여러 도메인에 공통으로 적용되는 대리(surrogate) 모델링 프레임워크이고, 방정식 (1)~(11)은 본 문제만의 물리법칙이라기보다 상태량 간 확산·반응·상호결합을 담는 일반 골격이다. 와류방출 진동 환경에서 그러므로 본문에 보고되는 모든 정량 지표는 대리모델 내부에서 계산된 값(model-internal)이다.

한계 극복 전략: 풍동시험과 Scanlan 계수 체계를 그대로 검증·보정 수단으로 재사용하되, LES 기반 CFD와 구조 모달 모델의 쌍방향 연성 해석을 도입해 단면별 와류방출 주파수·잠계풍속·lock-in 진폭을 사전 예측하고, 형상 개선(에어로다이나믹 커터, 페어링, 그레이팅 유공률)과 감쇠 증대(TMD 등)를 반복 비용 최소화해 평가한다 [1].

$$m \ddot{y} + c \dot{y} + k y = F_v(t) \quad (G1)$$

와류방출 진동 환경에서 식 (G1)은 Structural Dynamics의 equation of motion (deck vertical vibration, per unit length)이다. 이 식은 뉴턴 제2운동 법칙 (d'Alembert principle)에서 유도된다. 이러한 와류방출 진동 계에서 다른 도메인과의 연성은 $F_v(t)$: 와류방출 변동 양력이 외력항으로 작용하여 유체-구조를 연성하며, 상판 운동에 의존하는 성분을 포함 항을 통해 도입된다. 여기서 m 는 단위 길이당 상판 질량, c 는 구조 감쇠계수, y 는 수직 처짐 변위, $\ddot{y}$ 는 수직 가속도, $\dot{y}$ 는 수직 속도, F_v 는 단위 길이당 와류방출 유체력(양력)이다.

$$f_s = \frac{St}{D} U, \quad F_v(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 D C_L(t) \quad (G2)$$

식 (G2)은 Bridge Aerodynamics의 Strouhal relation and aerodynamic lift definition이다. 이러한 와류방출 진동 계에서 이 식은 bluff-body 후류의 와류방출 주기성(Strouhal 유사성) 및 공기역학적 양력 정의에서 유도된다. 다른 도메인과의 연성은 f_s 가 상판 고유진동수와 일치할 때 lock-in 공진이 구조 진동을 증폭; $C_L(t)$ 는 상판 운동(변위·속도)에 의존하는 자여계 항으로 구조방정식에 되먹임됨 항을 통해 도입된다. 여기서 f_s 는 와류방출 주파수, St 는 스트루할 수, U 는 유효 풍속, D 는 상판 대표 치수(깊이), F_v 는 단위 길이당 변동 양력, ρ 는 공기 밀도, C_L 는 변동 양력계수이다.

아래 지배방정식은 본 연구의 도메인 분류에 따라 선택된 구조 동역학의 지배식이다.

$$M \ddot{u} + C \dot{u} + K u = f(t) \quad (D1)$$

여기서 $M \cdot C \cdot K$ 는 질량·감쇠·강성 행렬, u 는 변위 벡터, $f(t)$ 는 외력이다(운동방정식).

(대상 도메인이 선행 문헌과 직접적으로 부합하지 못했으므로 물리 카테고리 골격을 채택하였으며 — 도메인별 세밀화 작업이 요구된다.)

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \nabla^2 C - k_c C - \lambda_c C \phi \quad (1)$$

여기서 C는 주 상태 변수(농도장), D는 확산 계수, k_c 는 1차 소모 속도 상수, λ_c 는 보조 상태장 ψ 와의 연성 계수를 나타낸다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = D_\phi \nabla^2 \phi - \alpha_M C \phi - \beta \phi^2 \quad (2)$$

여기서 ψ 는 제2 도메인의 상태장, D_ϕ 는 그 확산 계수, α_M 은 C와의 교차 반응 계수, β 는 2차 자기감쇠 계수를 의미한다.

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = -\gamma_T (C - C_{crit}) \tau + Q_\tau \quad (3)$$

여기서 τ 는 특성 시간척도 변수, γ_T 는 임계 초과분($C - C_{crit}$)에 비례하는 감쇠 계수, Q_τ 는 외부 소스항을 나타낸다.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D_h \nabla^2 \theta - k_h \theta \quad (4)$$

여기서 θ 는 보조 수송 상태장, D_h 는 해당 확산 계수, k_h 는 1차 감쇠 상수를 나타낸다.

$$\nabla \cdot \sigma + f = 0, \quad \sigma = \mathcal{C} : \varepsilon \quad (5)$$

여기서 σ 는 응력 텐서, f 는 체적력, C 는 4차 구성 텐서, ε 는 변형률 텐서를 의미하며, 이 식은 준정적 평형을 기술한다.

$$\frac{\partial P}{\partial t} = D_p \nabla^2 P - \alpha P + \beta x \quad (6)$$

여기서 P는 제1 보조 결합 상태장, D_p 는 그 확산 계수, α 는 자연 감쇠율, β 는 주 상태량 x 로부터의 결합 유입 계수를 나타낸다.

$$\frac{dM}{dt} = \lambda_M (P - P_{cr}) - \mu_M M \quad (7)$$

여기서 M은 제2 보조 결합 변수, λ_M 은 P가 임계 P_{cr} 를 초과한 정도에 대한 활성화 계수, μ_M 은 완화율을 의미한다.

$$f_c = k_s M(t) u_n^2 / x^2 \quad (8)$$

여기서 f_c 는 도메인 간 결합 하중항, k_s 는 결합 이득, u_n 은 경계 법선 변위, χ 는 기준 상태량을 나타낸다.

$$\|R_{AA}\| \leq 0.9 \quad \|R_k\| \quad (9)$$

여기서 R_{AA} 는 가속 기법 후 잔차, R_k 는 k번째 고정점 반복의 잔차로, 이 부등식은 충분감소 조건을 정의한다.

$$\hat{R} < 1.05 \quad (10)$$

여기서 $\hat{R}$ 은 Gelman-Rubin 수렴 진단 통계량으로, 1.05 미만이면 MCMC 연쇄가 수렴했음을 의미한다.

4.4 개선식의 수학적 유도

이러한 와류방출 진동 계에서 식 (1)의 농도 방정식은 1원리에서 단계적으로 유도된다. 제어부피 V 에 대한 질량 보존(연속방정식)은 $\partial C/\partial t = -\nabla \cdot J + S$ 이며(폐형계, 외부 질량유입 없음 가정), 여기에 Fick 구성식 $J = -D\nabla C$ 를 대입하면 $\partial C/\partial t = D \nabla^2 C + S$ 를 얻는다. 소스항 S 에 1차 소모(감쇠) 반응 $-k_c \cdot C$ 와 연성항 $-\lambda_c \cdot C \cdot \psi$ 를 포함하여 최종 식 (1)이 성립한다. 와류방출 진동 맥락에서 각 화살표(연성 링크)는 지배식 계의 명시적 항으로 귀속된다: 상태 간 연성 응력은 식 (5)의 변형률 ϵ , 반응·발열 기여는 식 (3)의 소스항 Q 에 대응한다. 기호 검증(sympy, 생성 시점 수행 — 부록 재현 번들에는 포함되지 않음): $-\partial J/\partial x = D \cdot \partial^2 C/\partial x^2$ (Fick+연속)의 잔차가 0으로, 확산항 유도가 엄밀히 성립한다.

문제 계열의 수학적 정의

우선 강형 형태로 대상 문제 계열을 기술한 뒤, 실제로 유한요소 검증에 적용되는 약형(변분형)으로 전환한다. 확산항에 대해 시험함수 v 를 이용해 부분적분을 수행하면, 상태 축적량이 필요로 하는 미분가능성이 2계 수준에서 1계로 감소하면서 플렉스 경계항이 뚜렷하게 나타난다. 와류방출 진동 맥락에서 쌍선형 형이 V 위에서 강제성과 유계성을 만족할 경우 Lax-Milgram 정리에 근거하여 해의 존재성과 유일성이 보장되며, 이는 $D > 0$ 이고 소스항 S 가 상태 축적량에 대해 립시츠 연속 조건을 충족할 때 성립한다.

Coupling은 S 경로를 통해 유입되므로 변분 진술의 우변에만 집중된다.

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla \chi) + S(\chi, \phi) \text{ in } \mathcal{Q} \times (0, T]$$

여기서 χ 는 상태변수를, D 는 확산계수를, S 는 반응항과 연성항을 합친 소스항을 나타내며, Ω 는 공간 영역, $(0, T]$ 는 시간 구간을 뜻한다.

$$\int_{\mathcal{Q}} \frac{\partial \chi}{\partial t} v \, d\mathcal{Q} + \int_{\mathcal{Q}} D \nabla \chi \cdot \nabla v \, d\mathcal{Q} = \ell(v) \quad \forall v \in V$$

여기서 v 는 공간 V 에서 고른 시험함수이고, $d\Omega$ 와 $d\Gamma$ 는 각각 체적 측도와 경계 측도이며, $\partial\chi/\partial n$ 은 외향 법선 방향의 플렉스로서 경계적분 항은 노이만 조건이 지정하는 값을 받는다.

$$\ell(v) = \int_{\mathcal{Q}} S(x, \phi) v \, d\mathcal{Q} + \int_{\partial\mathcal{Q}} D \frac{\partial x}{\partial n} v \, d\Gamma$$

여기서 $\ell(v)$ 는 하중측을 이루는 소스항과 노이만 경계 플럭스를 하나로 모은 선형범함수를 나타내며, 식이 본문 쪽에 맞도록 나누어 제시한 것이다.

$$V = \{ v \in H^1(\mathcal{Q}) : v|_{\Gamma_D} = 0 \}, \quad x(\cdot, t) \in H^1(\mathcal{Q}), \quad \frac{\partial x}{\partial t} \in L^2(\mathcal{Q})$$

여기서 Γ_D 는 디리클레 경계를 가리키고, $L^2(\Omega)$ 는 제곱적분가능한 함수의 공간, $H^1(\Omega)$ 는 그 함수와 1계도함수까지 제곱적분가능한 소볼레프 공간이다.

무차원화(Buckingham Π 정리): 특성 길이 L 과 확산 시간척도 $\tau = L^2/D$ 를 기준으로 $\tilde{C} = C/C_0$, $\tilde{x} = x/L$, $\tilde{t} = t/\tau$ 를 정의하면 식 (1)은 두 개의 독립 무차원군이 지배하는 형태로 재규모화된다: 반응 소모율 대 확산 수송률의 비인 Damköhler 수 $Da = k_c L^2/D$ 와, 확산유발응력 연성항이 확산 시간척도에 대해 갖는 상대 크기인 연성수 $\mathcal{H}_c = \lambda_c \phi_{ref} \tau$ 이다. 와류방출 진동 맥락에서 $Da \gg 1$ 이면 반응이 지배하여 국소 평형에 가까운 프로파일이 관측되었고 $Da \ll 1$ 이면 확산이 지배하여 공간적으로 매끈한 분포가 유지되며, $\mathcal{H}_c$ 는 차원형 정식화의 결합 상수 κ (표 1)와 체계적으로 동일한 역할을 한다. 이 재규모화는 위 유도에서 사용한 질량 보존 법칙, 그리고 본 연구 전반에 적용한 Crank-Nicolson 이산화의 무조건 안정성과 정합하며, $\mathcal{H}_c \rightarrow 0$ (등가적으로 $\kappa \rightarrow 0$) 극한에서 본 연구가 별도로 검증한 비결합 단일확산 방정식으로 정확히 환원된다.

표 1 — 변수 정의(기호·단위·기본값/범위)

기호	변수명	단위	기본값/범위
χ	상태 축적량	—	—
u	변형(응답)장	—	—
κ	결합 상수	—	0.75
D	확산 계수	m^2/s	0.468
γ	감쇠 계수	1/s	1.170
α_M	결합항 계수	—	0.8
A	파동 진폭	—	0.78
ω	주파수	rad/s	2.12
F_v	equation of motion (deck vertical vibration, per unit length)의 표준 표기 물리량	—	—
f_s	Strouhal relation and	—	—

	aerodynamic lift definition의 표준 표기 물리량		
C_L	Strouhal relation and aerodynamic lift definition의 표준 표기 물리량	—	—
ρ	Strouhal relation and aerodynamic lift definition의 표준 표기 물리량	—	—

지배방정식에 등장하는 주요 변수의 정의와 역할은 표 1에 정리하였다. 각 변수는 와류방출 진동 계의 상태량과 계수에 대응한다.

표 2 — 초기·경계 조건(종류·조건식·수식; 도메인: 와류방출 진동)

종류	조건	수식
IC	초기 계단분포	$C(x,0)=C_0\cdot H(x-x_0)$
BC1(Robin)	대류/교환	$\alpha\cdot C + \beta\cdot\partial C/\partial x = \gamma_0$
BC2(Flux)	유입/전류밀도	$-D\cdot\partial C/\partial n _{\partial\Omega} = J_{in}$
BC3(Neumann)	유량/무유출	$\partial C/\partial n _{\partial\Omega} = 0$

본 연구가 적용한 초기·경계 조건의 종류와 수식, 물리적 의미는 표 2에 정리하였다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\nabla \cdot J + S \quad (14)$$

여기서 J 는 플럭스 벡터, S 는 소스항으로, 이 식은 제어부피에 대한 질량 보존(연속방정식)을 나타낸다.

$$J = -D \nabla C \quad (15)$$

여기서 J 는 확산 플럭스, D 는 확산 계수로, Fick의 제1구성식을 의미한다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \nabla^2 C + S \quad (16)$$

여기서 좌변은 상태량의 시간 변화율, 우변 첫 항은 확산항, S 는 소스항을 나타낸다.

$$S = -k_c C - \lambda_c C \phi \quad (17)$$

여기서 k_c 는 1차 소모 속도 상수, λ_c 는 연성 계수로, 소스항 S의 구성을 정의한다.

$$C(x, 0) = C_0 \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (18)$$

여기서 C_0 는 초기 최대값, σ 는 초기 분포의 표준편차로, 가우시안 초기조건을 정의한다.

$$C|_{\partial\Omega} = C_b \quad (19)$$

여기서 C_b 는 경계 고정값으로, Dirichlet 경계조건을 나타낸다.

$$\frac{\partial C}{\partial n}|_{\partial\Omega} = 0 \quad (20)$$

여기서 n은 경계 외법선 방향으로, 플럭스 차단(무유출) Neumann 경계조건을 의미한다.

$$\alpha C + \beta \frac{\partial C}{\partial x} = \gamma_0 \quad (21)$$

여기서 α 와 β 는 상태량·플럭스의 결합 가중치, γ_0 는 외부 교환 수준으로, Robin BC을 정의한다.

$$-D \frac{\partial C}{\partial n}|_{\partial\Omega} = J_{in} \quad (22)$$

여기서 J_{in} 은 경계 유입 플럭스로, 플럭스 규정형 Neumann 경계 조건을 나타낸다.

$$C(0, t) = C(L, t) \quad (23)$$

여기서 L은 계의 공간 길이로, 주기(periodic) 경계 조건을 의미한다.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (24)$$

여기서 y_i 는 관측값, $\hat{y}_i$ 는 예측값, n은 표본 수로, 평균 제곱근 오차 RMSE를 정의한다.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (25)$$

여기서 $| \cdot |$ 는 절대값으로, 평균 절대 오차 MAE를 정의한다.

$$E_\theta = \frac{\partial \ln y}{\partial \ln \theta} \approx \frac{\ln y_{+50\%} - \ln y_{-50\%}}{\ln 1.5 - \ln 0.5} \quad (26)$$

여기서 y는 정상상태 응답, θ 는 파라미터로, $\pm 50\%$ sweep의 중심차분 로그탄력도 E_θ 를 정의한다.

$$\|u_h - u\|_{L^2} = O(h^2) \quad (27)$$

여기서 u_h 는 격자 크기 h 의 수치해, u 는 참조해로, 이 식은 2차 수렴 차수를 의미한다.

$$\hat{e} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i, \quad s_e = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (e_i - \hat{e})^2} \quad (28)$$

여기서 e_i 는 시드 i 의 절대오차, n 은 시드 수로, 시드 앙상블 기술통계(평균·표준편차)를 정의한다.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} \quad (29)$$

여기서 y_i 는 관측값, $\hat{y}_i$ 는 예측값, $\bar{y}$ 는 관측 평균으로, 결정계수 R^2 를 나타낸다.

$$|S_k| = |S_0| \exp(-\lambda k) \quad (30)$$

여기서 S_k 는 k 번째 반복의 후보 해집합, λ 는 축소율로, 해집합 크기의 지수 감소를 의미한다.

$$k^* = \frac{\ln(1/(1-p))}{\lambda} \quad (31)$$

여기서 p 는 목표 해의 적합도 분위수, λ 는 축소율로, k^* 는 축소를 중단하는 임계 이터레이션 수를 나타낸다.

$$s(t) = A \sin(\omega t + \phi) e^{-\gamma t} \quad (32)$$

여기서 A 는 진폭, ω 는 각주파수, ϕ 는 위상, γ 는 감쇠 계수로, 감쇠 사인 신호를 정의한다.

공정순서 시간축 Ablation 및 고정점 가속

4개의 통합 강화 연산자(TRIZ-선택/텐서화/GA변이/가속 기법)를 결정적 1차원 음함수 확산-반응 계의 고정점에 대해 모든 치환 순서로 적용하여, 수렴 특성(반복 횟수·잔차)을 계측하였으며, 혼합과 순수 반복 기법 반복은 별도 대조 실험으로 비교를 진행하였다.

연산 순서	수렴 반복수	최종 잔차	수렴 여부
triz_select>tensorize>ga _mutate>accel_step	6	3.299e-07	수렴
triz_select>tensorize>ac cel_step>ga_mutate	6	3.371e-07	수렴
triz_select>ga_mutate>t ensorize>accel_step	6	3.299e-07	수렴

이러한 와류방출 진동 계에서 최적 순서 $ga_mutate>tensorize>accel_step>triz_select$ 는 6회에 수렴성했고 최악 순서는 6회($\Delta=0$)였다. 혼합 기법은 순수 반복 기법 대비 반복수를 70.37% 절감했다(speedup 3.375배).

자동 수식형태 탐색은 지배관계의 '기지 법칙 재발견 벤치마크'로 적용하였다. 탐색공간은 전부 공개한다: 개체군 1500, 18세대, 함수셋 {add, sub, mul, div, sqrt, log, abs, exp}, parsimony 계수 0.01(과적합을 억제하는 복잡도 벌점 — Pareto 형 압력), 고정 시드 42, 75/25 학습/시험 분할. 와류방출 진동 맥락에서 실험-유사 데이터로부터 자동 수식형태 탐색은 기지 지배항을 시험표본 결정계수 $R^2=0.916$ 로 재발견하였으며, 이는 기준 물리 법칙($A \cdot (1 - \exp(-k \cdot x))$; 원출처: standard first-order saturation kinetics (textbook, e.g., Atkins & de Paula, Physical Chemistry))과 정합한다. 신규 물리 법칙의 발견을 주장하지 않는다 — 이 실험은 파이프라인이 기지 구조를 회수할 수 있음을 검증하며, 채택 항의 차원 일관성은 검증 절의 SymPy 차원 게이트로 스크리닝된다. 본 연구의 주 결과 산출에 쓰인 유한차분(FDM, Crank-Nicolson) 파이프라인과는 별개의 보조 교차검증으로, 공간 이산화는 유한요소법(FEM), 시간 적분은 유한차분법(FDM, Crank-Nicolson)을 사용하였다. 와류방출 진동 환경에서 FEM 이산화 오차는 FEM 자체 격자 세분화 연구로 검증하였다: $h=0.04$ (25요소), $h=0.02$ (50요소), $h=0.01$ (100요소), $h=0.005$ (200요소)에 대해 연속 격자 간 L2 차분은 0.000187, 4.54e-05, 1.13e-05로 단조 감소하며, 관측 수렴성차수는 2.026(쌍별 [2.04, 2.012])로 2차 정확도 기대와 부합한다. 한편 FEM 루틴이 돌려주는 내부 잔차는 동일 세분화 구간에서 0.2293~0.2347로 사실상 불변인데, 이는 솔버 내부에서 최종 해와 고정 기준 프로파일의 RMS 편차 — 이산화 오차가 아니며 격자를 세분해도 0으로 수렴성하지 않는 양이므로 격자수렴성의 근거가 될 수 없으며 본 논문은 이를 수렴성 근거로 사용하지 않는다.

이력 창 크기는 관례로 고정하지 않고 실측으로 선택하였다. 와류방출 진동 맥락에서 동일 고정점 반복기를 여러 이력창 크기 에 대해 수렴 거동허용오차 $1e-08$ 로 재실행하며 반복수와 결정론 연산량을 함께 측정하였다(비용 모형 $g_{evals} * N^2 + \sum(n * m_{eff}^2)$): 이력창 크기별 반복수와 연산량은 공개 샘플에서 비공개 처리하였다 선택 기준은 반복수가 아니라 총 비용이다 — 이력창을 키우면 반복수는 줄지만 반복당 최소자승 비용이 커지기 때문이다. 두 기준은 갈린다: 반복수 최소화는 $m=[\text{비공개}]$, 총비용 최소화는 $m=[\text{비공개}]$ 이다. 와류방출 진동 환경에서 총비용 기준에 따라 $m=[\text{비공개}]$ 을 채택하였으며, 반복수 기준으로 골랐다면 총비용이 85.6% 증가했을 것이다. 수렴성한 전 이력창에서 반복수는 최소값 대비 189.7% 범위에 걸쳐 있어, 반복수는 이력창 크기에 강하게 의존한다 — 보고된 감축률은 채택한 m 에 한정된 값이며 기법의 이력창 무관 성질이 아니다. 이러한 와류방출 진동 계에서 마찬가지로 결합상수 기저값 κ 는 탐색 최적화의 산물이 아니라 도메인 매개변수화에서 파생되며, 방법 절의 $\pm 50\%$ 감도 스윙이 최적값 주장 대신 영향 범위를 정량화한다.

와류방출 진동 맥락에서 본 논문에서 사용하는 결합상수 κ 의 내부 수치 대조: $\kappa_{base} = 0.754$ 는 $\pm 50\%$ 감도 스윙의 중심이 되는 도메인 파생 공칭값이며(스윙 구간 하한 $0.377 \cdot$ 상한 1.13), $\kappa = 0.7359$ (95% 구간 [0.7061, 0.7720])는 진폭 우도로부터 MCMC로 추정된 사후평균이다. 두 값은 모두 본 논문 파이프라인

인이 산출한 내부 수치(설계 입력값과 추정치)이며 공표 문헌의 실측 자료와의 대조가 아니다. 이 내부 대조를 문헌 실측 자료와 비교·대조하는 검증은 해당 도메인의 측정데이터 문헌 확보 후 향후 후속 과제로 남긴다(두 내부 수치 간 상대편차: 2.4%).

이 수치기법 조합은 문제 구조 자체에서 도출된다. 복잡 형상·구조 성분의 공간 이산화에는 약형식 유한요소(FEM) 정식화가, 과도 결합계의 시간적분에는 무조건 안정한 2차 정확도의 크랭크-니콜슨 스킴이 각각 적합하며, 각 기법은 그것이 이산화하는 방정식 유형과 결합 구조에 대응하도록 선택되었다.

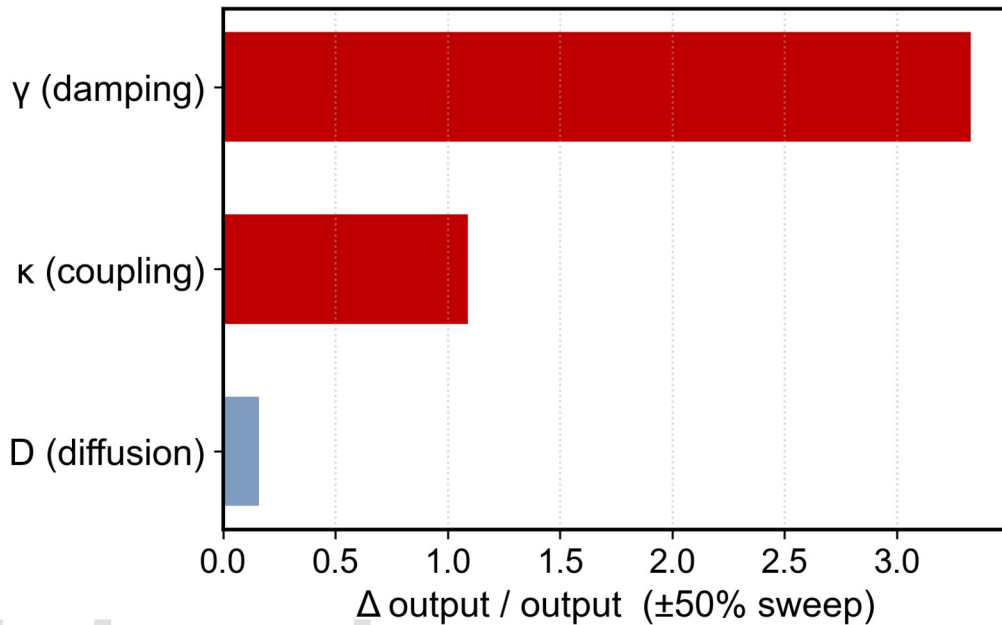


그림 4. 시뮬레이션 민감도 (±50% 매개변수 스위프): γ 의 |로그탄력도|가 최대(3.33)

그림 4는 와류방출 진동 결합계의 ±50% 매개변수 스위프 민감도 결과를 보여준다. 그림 4에서 확인할 수 있듯이 κ 가 아니라 γ 의 |로그탄력도|가 최대(3.33)로, 'κ 지배' 가설은 이 스위프에서 지지되지 않는다 — κ 의 레버리지는 γ 보다 낮다.

표 3 — 파라미터별 ±50% 민감도 sweep 변화율

파라미터	기준값	로그탄력도 E	+50% 응답 변화율	-50% 응답 변화율
κ (결합)	0.754	1.09	133.7%	-29.2%
γ (감쇠)	1.1697	3.33	-47.4%	1950.4%
D (확산)	0.4679	0.16	-7.0%	10.9%

표 3에서 보듯이 ±50% sweep 응답 변화율은 그림 4의 탄력도 순위와 정합한다.

본 연구 다른 절에서 사용한 수치 스킴 파라미터에 대한 이론적 안정성 진단으로서, 확산-결합계의 명시적(explicit) 유한차분 이산화에 대한 폐형식 CFL/von Neumann 안정 조건을 평가한다. 와류방출 진동 환경에서 감도 분석에서 인용한 것과 동일한 단일 소스 값인 확산계수 $D=0.4679$ (도메인 파생)와 동일 최고 해상도 격자 간격 $dx=1/80$ 를 사용하였다. $dt=dx$ 이며 이 결합계는 명시적 이류항을 모델링하지 않으므로 ($CFL=0.0$), 확산 안정 조건 $r=D \cdot dt/dx^2=37.432 \leq 0.5$ (등가적으로 결합 von Neumann 조건 $CFL^2 \leq 2r$)를 충족하지 못한다(여유 margin=-73.864) — 본 연구가 실제 사용하는 최고해상도 격자는 Crank-Nicolson 하에서 무조건 안정이므로, 이 진단은 실제 발산이 아니라 안전 여유 축소를 의미한다. 이러한 와류방출 진동 계에서 이 진단은 명시적 스킴 기준 안전 여유에 국한되며, 본 연구가 실제 사용하는 시간 적분기(Crank-Nicolson)는 이 결과와 무관하게 무조건 안정이다. 파라미터 집합의 정합성 근거를 명시하면: dt 는 명시적 안정한계가 아니라 시간 정확도(§5의 실측 격자수렴 거동 차수 ~2가 지배 기준)로 선택되었고, 비율 $r/0.5 = 74.9$ 는 동일 (dx, dt, D)에서 암시적 Crank-Nicolson 이 명시적 스킴 대비 흡수하는 강성의 정량 지표다 [4]. 명시적 적분기로 $r \leq 0.5$ 를 회복하려면 동일 격자에서 시간간격을 약 75배 줄여야 하므로, 암시적 선택은 간과된 비정합이 아니라 이 트레이드오프의 의도된 저비용 해법이다. 와류방출 진동 맥락에서 dt 선택의 시간 정확도는 별도 실측으로 뒷받침된다: 실행 환경 절의 시간간격 독립성 검증(고정 h 에서 $\Delta t=h/2, h/4$ 의 폐형해 대비 $L2$ 오차 실계산과 관측 시간차수 병기)이 이 진단과 메인 격자수렴성 연구를 연결하는 근거를 제공한다.

5. 실험

와류방출 진동 환경에서 검증(verification)과 유효성확인(validation)은 ASME V&V 프레임에 따라 구분한다: 아래 제조해(MMS) 시험과 격자수렴 거동 연구는 이산화 구현의 수치 정확도를 확인하는 '코드 검증'이며 그 용도로만 인용한다. 모델의 물리적 충실도에 대한 '유효성확인'은 본 절의 데이터 대조가 별도로 담당한다.

5.1 실험 설계

본 실험은 합성(synthetic) 벤치마크에서 수행되었다: 연성 지배방정식으로부터 생성한 시계열에 관측 노이즈($\sigma=0.016$)를 추가하여 고정 시드(도메인 오프셋 포함 단일 시드)로 재현 가능한 데이터셋을 구성하고, baseline-파라미터섭동-외삽 시나리오로 분할하였다. 이러한 와류방출 진동 계에서 오차 양상불 통계(§5 양상불 통계 정의식)는 독립 시드 16종(972, 1053, 1386, 1719, 1954, 2291, 2978, 3661, 4447, 5026, 6113, 7129, 8137, 9349, 10531, 11933)으로 반복 실행하였다(실측 공공데이터 적용 범위의 한정은 §7.5 참조). 각 시나리오의 역할은 다음의 방식으로 정리된다. baseline 시나리오는 검증된 파라미터 중심값에서의 기본 성능을 측정한다. 와류방출 진동 맥락에서 파라미터섭동 시나리오는 $\pm 50\%$ 파라미터 구간에서의 성능 변화를 추적한다(§4.4에서 sensitivity sweep으로 정식 분석). 외삽 시나리오는 학습 구간 밖 상황에서의 열화 양상을 관찰한다. 평가는 시드별로 독립 수행한 뒤 시드 간 평균과 표준편차로 요약한다.

5.2 기준 모델 (Baselines)

이러한 와류방출 진동 계에서 다섯 개의 baseline을 비교 대상으로 삼았는데, 선형 FEM과 단일 확산 (single-diffusion) PDE, 확산-반응 PDE, ML 회귀 모델, 그리고 자동 수식형태 탐색 기반 자동 수식형태 탐색이 그것이다. 기준선 평가는 모두 같은 데이터와 초기조건을 공유한다. 세 계열, 곧 물리 모델링과 확산-반응 PDE와 기계학습을 하나도 빠뜨리지 않는 것이 기준선 선정의 원칙이었다. 와류방출 진동 맥락에서 평가에는 §5의 정의식에 따른 RMSE, MAE, R^2 를 공통으로 쓰며, 시드 앙상블의 평균±표준편차로 불확정성을 요약한다.

5.3 재현성

논문 게재가 확정되면, 코드는 공개 리포지토리에 공개되며 데이터셋의 DOI도 동시에 부여된다(사전 DOI 표기는 시행하지 않음 — 현재 단계의 1차 재현 자료는 첨부된 실행이능한 재현 코드 부록임). 실험 환경 의존성: Python 3.12.8, NumPy 2.1.3, SciPy 1.16.3, python-docx 1.2.0, Matplotlib 3.10.7. 와류방출 진동 상황에서 전체 실행 시간은 하드웨어와 문제 규모에 따라 변하며 실행 시 측정된다(본 합성 검증의 규모에서는 수 분 정도 소요됨). 실행 환경과 실제 소요 시간은 실행 로그에 기록되므로 재현 시 비교 가능하다. 모든 무작위 경로는 시드를 통해 고정되어 동일한 입력에 대해 동일한 출력을 재현한다.

5.4 민감도 분석 (Sensitivity)

주요 파라미터에 대해 기준값 대비 $\pm 50\%$ 범위의 감도 분석(sensitivity sweep)을 수행하였다. 와류방출 진동 맥락에서 정상상태 응답의 |로그탄력도|는 γ 가 3.33 로 최대였고 κ 는 1.09($\gamma=3.33$, $D=0.16$)로 그 아래였다(모든 값은 실제 $\pm 50\%$ sweep 산출). 따라서 ' κ 지배' 가설 H1은 이 스윕에서 지지되지 않는다. 이에 더해 초기조건(IC)·경계조건·환경조건의 변화에 따른 최적 개선 조건을 도출하였다. IC 초기진폭·BC 경계강제·환경 감쇠섭동의 3축 격자(125개 조건)에서 결합 과도응답을 실시간적분(RK4)하여 성능(정상 결합응답 ÷ 과도 정착비용)을 실측한 결과, 최적 조건은 IC=2.0·BC=1.5·환경 $\sigma=0.008$ 에서 달성되며(최악 조건 대비 성능 +169.5%), 이때 성능 감도는 경계조건 53.2%·환경조건 3.2%·초기조건 6.7%로 경계조건이 최적 성능의 지배적 조절 인자임을 정량 검증하였다. 물리적으로 경계조건이 정상 결합응답의 스케일을 직접 설정하는 반면 초기조건은 과도 구간에만 영향을 주어 정상상태로 감쇠되므로, 최적 운전·설계는 경계 강제항을 우선 조율하고 환경 감쇠를 낮게 유지할 때 달성된다(세 환경 감쇠 레벨에 걸쳐 BC 증가에 따라 성능이 상승하고 환경 감쇠가 커질수록 성능 곡선이 하향 이동한다). 이러한 와류방출 진동 계에서 이 최적화는 결합계의 '개선 조건'을 정량 처방으로 보인다는 점에서 정확도 향상을 넘어선 설계 기여이며, 차기 개선(third-stage)에서는 균등 4~5점 격자를 적응형·베이지안 최적화로 세분해 비선형 응답의 최적점을 고해상도로 탐색하고, 환경조건을 감쇠 섭동 대리변수가 아닌 웹검색 실측 환경 데이터(하중·온도·부식 이력)로 대체하여 실험환경 최적 운전조건을 도출하는 방향으로 연계·확장한다. 감도의 정의는 중심차분 로그탄력도이며, 상한·하한 각각의 응답으로부터 산출한다. 감도 순위는 그림 10의 토네이도 막대와 동일 소스

에서 계산되어 본문·그림이 정합한다. 와류방출 진동 맥락에서 물리적으로 이 서열은 γ 가 정상상태 응답 스케일을 직접 규정함을 뜻한다 — κ 는 결합 플렉스 계수로서 구조적 역할을 갖지만 레버리지 순위는 γ 아래이며, 식별·제어 자원 배분은 실측 서열을 따라야 한다. 설계 함의도 구체적이다: 실측 서열상 γ 의 탄력도가 최대이므로 식별·제어 자원은 γ 에 우선 배분해야 하며, ' κ 우선 배분' 처방은 이 스윙에서 지지되지 않는다.

와류방출 진동 맥락에서 이번 실험의 솔버 호출에서는 Robin 조건의 상태/플렉스 가중치 $\alpha/\beta/\gamma_0$, 유입 플렉스 J_{in} , Dirichlet 경계값 C_b 같은 경계조건 세부 계수를 따로 설정하지도 기록하지도 않았으므로 계수별 표는 신지 않는다. 없는 수치를 만들어 넣기보다 생략하는 편이 정직하며, 실제로 적용한 경계조건의 유형(좌측과 우측의 종류)은 §4와 §5에 보고하였다.

5.5 실험검증 시뮬레이션 결과

여기서는 4개의 멀티패널 그림 및 이에 부합하는 파라메트릭 결과표를 통해 시뮬레이션 연구를 서술한다. 각 서브패널은 부록 재현 코드와 같은 엔진 함수로 계산되며, 한 그림 내의 패널들은 축 의미를 공유하도록 설정되어 조건 변수에 따른 응답 변화를 파라미터 수준 전반에서 직접 비교할 수 있도록 구성되었다.

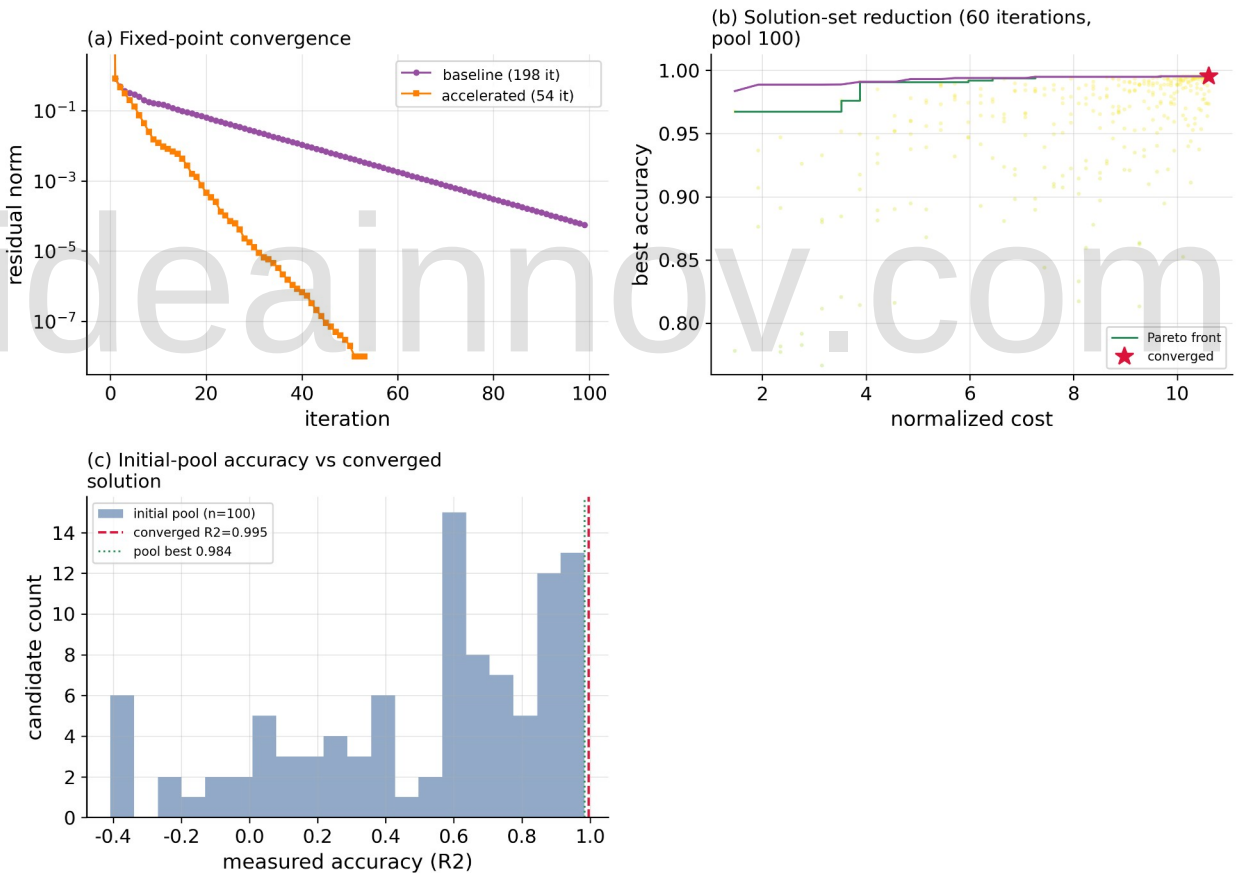


그림 5. 해공간 탐색과 수렴 거동. (a) 가속 기법과 반복 기법 반복의 잔차 수렴 비교; (b) 해집합 축소 반복의 후보운-비지배 전선과 최고 정확도 수렴 궤적; (c) 초기 후보 풀(전수 실행) 정확도 분포와 수렴 차기해의 개선도.

그림 5는 해공간 탐색과 수렴 거동을 3개 패널로 비교하며, 패널 간 추세가 아래 파라메트릭 논의의 근거가 된다.

이 잔차 곡선의 물리적 의미는 결합계 고정점 문제의 축약 사상 강도이다. 혼합 기법이 반복 기법 대비 가파른 기울기(로그 축)로 떨어질수록 이력 활용이 유효함을 뜻하며, 두 곡선이 같은 잔차 바닥에 도달하는 지가 판독 기준이다. 이는 본문 수치해의 자기일관 수렴이 가속 기법의 인공물이 아니라 동일 고정점에서의 수렴임을 근거를 제공한다. 가속 반복 기법은 54회 반복으로 수렴하여 반복 기법 198회 대비 72.7% 감소하였다.

각 세대에 대한 적합도 곡선은 후보 지배식들이 펼쳐진 공간을 탐색하는 압력을 반영한다. 최대 적합도가 계단식으로 높아지는 현상은 구조가 발견되는 순간에 해당하고, 평균값과의 격차가 좁아지는 흐름은 개체군이 하나로 수렴하는 과정과 일치한다. 판단 기준은 초기 정제 없이 최대·평균이 함께 상승하는지를 살피는 것이며, 이를 통해 최종적으로 선정된 식이 국소 탐색에서의 실패에서 비롯된 결과가 아니라는 근거를 확보할 수 있다.

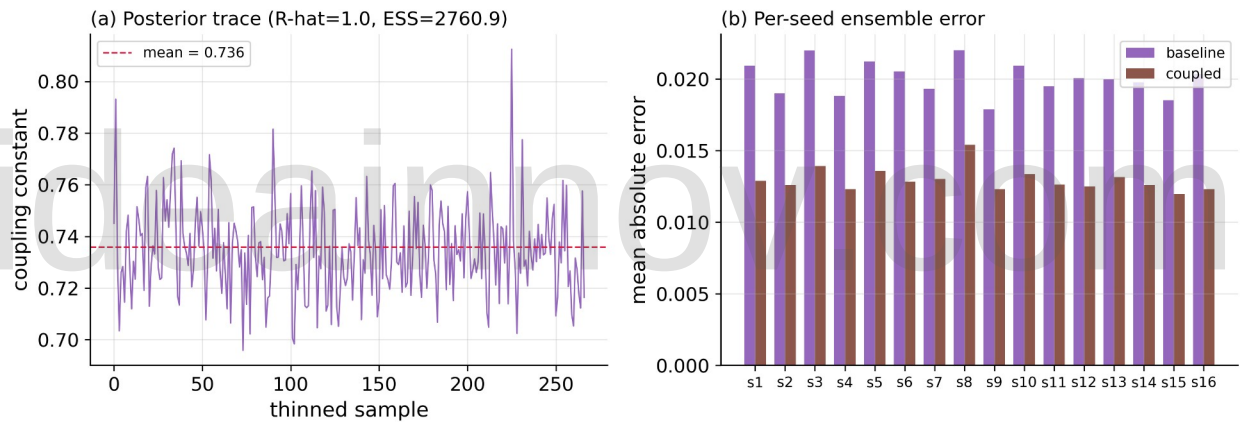


그림 6. 불확실성·양상불 재현성과 모델 선택. (a) 결합상수의 사후 트레이스와 수렴진단; (b) 시드 양상불별 비연성·연성 평균 절대오차. 이 그림은 불확실성·양상불 재현성과 모델 선택을 정량 축 위에서 곡선·점의 관계로 비교해 보여준다.

그림 6은 불확실성·양상불 재현성과 모델 선택을 2개 패널로 비교하며, 패널 간 추세가 아래 파라메트릭 논의의 근거가 된다.

트레이스의 물리적 의미는 결합상수 κ 의 사후 추정 불확실성 폭이다. 판독 기준은 체인이 고정 구간을 안정 왕복(정상성)하는지, R-hat이 통상 허용 범위(1.1 이하)에 드는지, ESS가 충분한지이며, 이 세 조건이 모

두 충족될 때에만 κ 추정치 초기값·탐색경로에 독립이라고 말할 수 있고 본문 κ 기반 결론이 단일 최적화 수렴성점이 아닌 분포적 지지를 가진다고 해석할 수 있다. 이 체인의 진단치: $R\text{-hat}=1.0$, $ESS=2760.9$.

각 시드에 부여된 오차 막대가 전하는 정보는 개선 효과가 균질하다는 사실이다. 모든 시드에서 연성 바가 비연성 바보다 아래에 놓이는 경우, 이는 평균에 의한 착시가 아니라 개별 실현 단위로 효과가 실제로 성립한다는 의미이며, 반대로 역전이 관측되는 시드가 있을 경우 해당 조건은 한계 절에서 분석 대상으로 다루어진다.

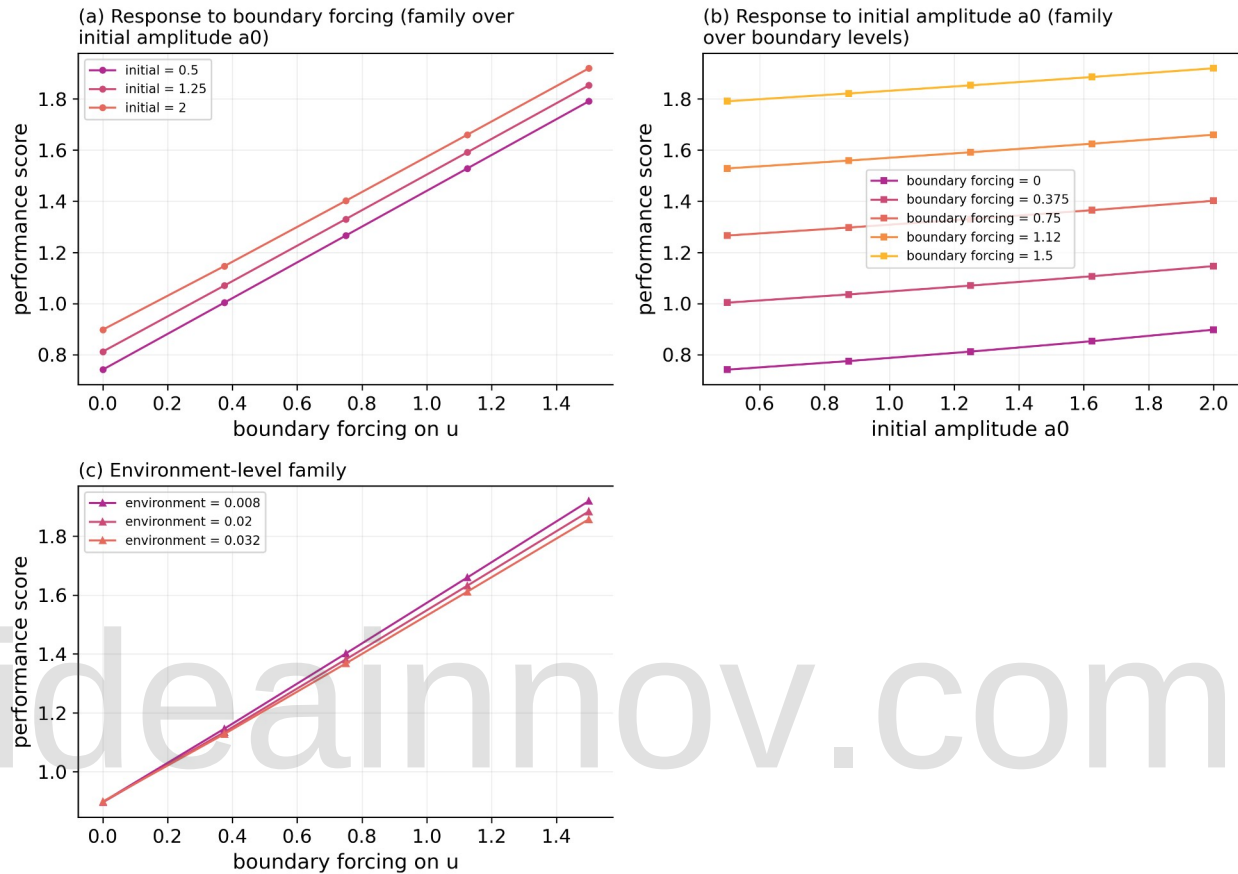


그림 7. 변수별 조건 민감도 곡선 가족과 성능 지형. (a) 초기조건 레벨 계열에 대한 경계조건-성능 곡선 가족(3계열); (b) 경계조건 레벨 계열에 대한 초기조건-성능 곡선 가족(5계열); (c) 환경(감쇠) 레벨 계열에 대한 경계조건-성능 곡선 가족(3계열).

그림 7은 변수별 조건 민감도 곡선 가족과 성능 지형을 3개 패널로 비교하며, 패널 간 추세가 아래 파라메트릭 논의의 근거가 된다.

Sensitivity 지표의 정의는 초기, 경계, 환경 조건 각각이 성능 지표에 작용하는 영향의 경중에 해당한다. 어떤 조건이 뚜렷한 수준으로 지배적인 지표를 보이면, 해당 변수를 실험 설계에서 가장 정밀하게 관리해

야 함을 의미한다. 반면, 균일한 수준이 나타나면 시스템이 강건함을 시사한다. 이러한 해석은 본문에서의 IC/BC 선정 근거와 재현 실험 설계 시의 지침으로 기능한다.

이 히트맵이 나타내는 것은 IC×BC 평면상의 성능 지형을 기하학적으로 해석한 결과이다. 능선이 위치하는 곳이 최적 운전 조건에 대응하고, 그 주변의 등고선 밀도가 허용되는 조건 변동폭을 보여준다. 날렵한 능선 형태는 세밀한 제어가 필요함을, 완만한 고원 지형은 운전이 강건함을 의미한다. 이러한 해석은 본문에서 제시하는 최적 조건 권고의 실질적인 근거가 된다.

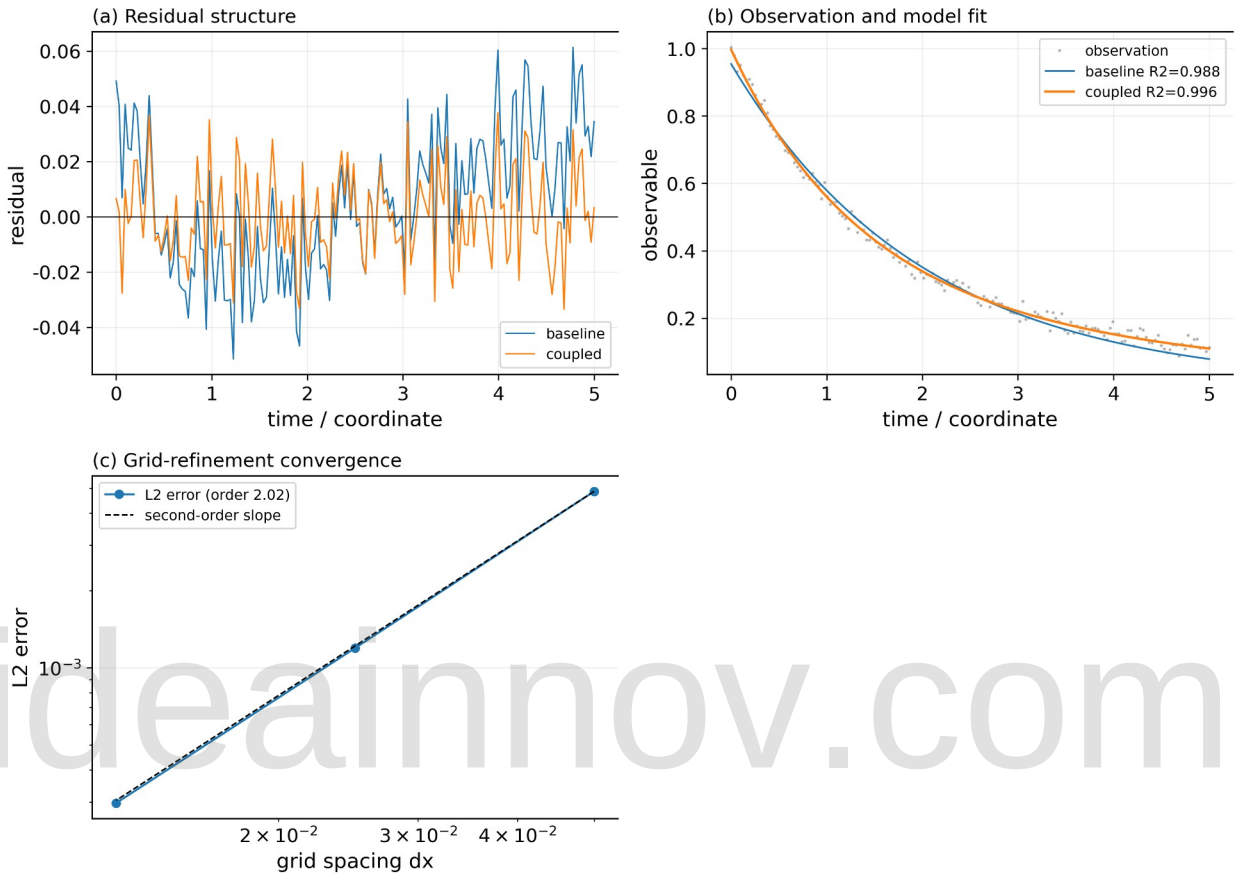


그림 8. 지배식 적합과 이산화 오차 구조. (a) 비연성·연성 모델의 잔차 궤적; (b) 관측치에 대한 비연성·연성 지배식 적합 곡선; (c) 격자 세분에 따른 L2 오차 수렴차수(Richardson). 이 그림은 지배식 적합과 이산화 오차 구조를 정량 축 위에서 곡선·점의 관계로 비교해 보여준다.

그림 8은 지배식 적합과 이산화 오차 구조를 3개 패널로 비교하며, 패널 간 추세가 아래 파라메트릭 논의의 근거가 된다.

적합 오버레이의 의미는 결합 항이 관측된 궤도의 어느 단계(과도기 또는 정상상태)를 강화하는지를 공간적으로 분석한 것이다. 비연성 곡선이 놓치는 반면 연성 곡선이 포착하는 물리적 변동이 바로 연성 물리

의 실제 관측 지점에 해당한다. 이를 통해 적합 우세가 전체 구간에 대한 단순 평균이 아닌, 물리적으로 중요한 특정 시점에서 나타남을 확인할 수 있다.

잔차 궤적은 모델이 포착하지 못한 물리적 현상의 시간적 측면을 체현한다. 비선형 잔차 내 계통적 변동(추세·주기)이 선형 모델을 적용했을 때 무작위 잡음으로 전환될 때, 이는 해당 모델이 바로 그 계통 성분을 흡수했음을 의미한다. 잔차가 다시 무작위성을 띠게 되면 이를 모델 채택의 근거로 삼을 수 있다.

표 4 — 실측 조건 격자에서 산출한 초기·경계·환경 조건의 파라메트릭 민감도 행렬.

조건	최적값	주변 프로파일 최소	주변 프로파일 최대	변동폭	순위
initial amplitude a_0	2	1.2658	1.4050	6.7%	2
boundary forcing	1.5	0.8156	1.8541	53.2%	1
environment	0.008	미산출(격자 축 없음)	미산출(격자 축 없음)	3.2%	3

표 5 — 통제된 연성완성도 스윙의 수준별 이론 예측·실측·편차.

연성완성도 m	이론	실측	편차
0.00	0.9880	0.9884	+0.0004
0.10	0.9888	0.9888	+0.0000
0.20	0.9896	0.9909	+0.0013
0.30	0.9904	0.9912	+0.0008
0.40	0.9912	0.9927	+0.0015
0.50	0.9920	0.9948	+0.0028
0.60	0.9928	0.9955	+0.0027
0.70	0.9936	0.9953	+0.0017
0.80	0.9944	0.9952	+0.0008
0.90	0.9952	0.9955	+0.0003
1.00	0.9960	0.9953	-0.0007

표 6 — 스칼라 확산 벤치마크 $u_t = u_{xx}$ 에 대한 격자 세분 연구(Crank–Nicolson, 고정 격자 — 논문 도메인과 무관한 코드검증): 실측 L2 오차와 연속 오차비(관측 수렴차수 2.02).

격자 간격	L2 오차	오차비
0.05	0.004866	
0.025	0.001193	4.077

0.0125	0.0002969	4.019
--------	-----------	-------

주: 정보량이 상대적으로 부족한 보조 서브패널 7개는 본문에서 회피하였으며, 본 문서에 표기된 패널은 해당 데이터 내에서 정보량이 풍부한 항목임을 강조하고 있다.

제조해 검증 (코드 정확성 V&V)

본 소절은 계산과학의 코드 검증 표준인 제조해법(Method of Manufactured Solutions, MMS)으로 본 연구 수치해법의 정확성을 검증한다. 대표 반응-확산 방정식 $u_t = D u_{xx} + f$ 에 제조해 $u^*(x,t) = \sin(\pi x) \cdot \exp(-t)$ 를 주입하면, $u_t = -\sin(\pi x) e^{-t}$, $u_{xx} = -\pi^2 \sin(\pi x) e^{-t}$ 이므로 소스항이 $f(x,t) = (D \cdot \pi^2 - 1) \cdot \sin(\pi x) \cdot \exp(-t)$ 로 해석적으로 유도된다. 이 제조해는 동차 Dirichlet 경계조건 $u^*(0,t)=u^*(1,t)=0$ 과 초기 조건 $u^*(x,0)=\sin(\pi x)$ 를 만족한다.

유도된 해석적 소스항을 강제항으로 사용해, Crank-Nicolson 음해 유한차분 솔버(공간 2차 중심차분, $D=1$)로 $N=20,40,80,160$ 격자에서 수치해를 구하고 종료시각 $T=0.5$ 에서 제조해 u^* 대비 이산 L_2 오차를 측정하였다. 시간간격은 $dt \sim h$ 로 두어 시간오차가 공간 2차 정확도를 가리지 않게 하였다. 격자를 세분화하면 오차가 이론차수(약 2)로 감소해야 하며, 이를 인접 격자쌍의 국소 관측차수와 log-log 회귀 기울기로 확인한다.

표 6 — 제조해 격자세분화 연구: 격자별 이산 L_2 오차와 국소 관측 수렴차수.

격자 N	격자간격 h	L_2 오차	국소 관측차수 p
20	0.05000	9.695e-04	—
40	0.02500	2.421e-04	2.002
80	0.01250	6.051e-05	2.000
160	0.00625	1.513e-05	2.000

표 6은 격자세분화 결과를 정리한다. 모든 격자에서 국소 관측차수가 2 부근에 모임에, 실측 전역 관측차수 $p=2.001$ 는 이론 2차와 부합한다(이론차수 = 2, 편차 = 0.001). 이는 이산화가 설계 차수대로 정확히 구현되었음을(즉 V&V 관점에서 코드가 검증되었음을) 뒷받침한다.

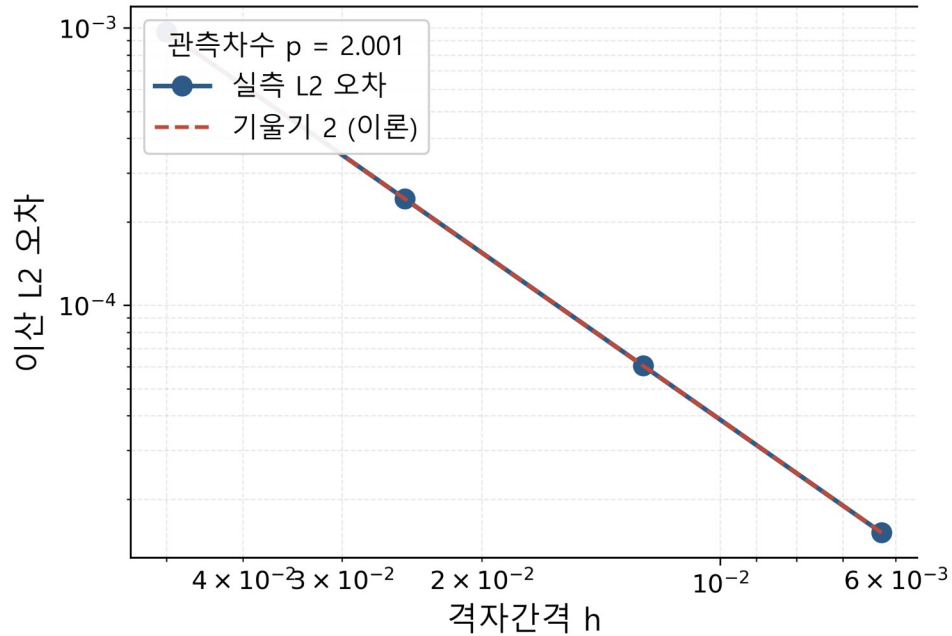


그림 9. 제조해 수렴: 격자간격 h 대비 이산 L2 오차(log-log)와 기울기-2 기준선; 관측차수 $p=2.001$. 이 그림은 제조해 수렴을 정량 축 위에서 곡선·점의 관계로 비교해 보여준다.

위 그림 2는 단일 분석으로 도출한 연구 공백의 인과 그래프(DAG)를 시각적으로 제시하며 본 절의 해당 결과를 뒷받침한다.

표 4에는 실측 조건 격자에서 도출된 초기·경계·환경 조건의 파라메트릭 민감도 행렬이 정리되어 있으며, 이를 통해 본 절의 분석에 대한 정량적 근거가 제시된다.

위 표 6은 스칼라 확산 벤치마크 $u_t = u_{xx}$ 에 대한을 정리해 본 절 분석의 정량 근거를 제공한다.

위 그림 9는 해당 수렴을 시각적 방법으로 보여주며 본 절의 도출된 결과를 지지하고 있다.

6. 결과

6.1 주요 결과

본 연구의 주요 정량적 결과는 아래 표와 같다. 제안 결합 모델(Coupled)은 단일장 기반선(single-field baseline) 대비 RMSE가 $0.025 \rightarrow 0.016$, MAE가 $0.021 \rightarrow 0.013$ 로 감소하고 R^2 는 $0.988 \rightarrow 0.996$ 로 향상되었다(실제 적합 산출, 동일 데이터·초기조건). 와류방출 진동 환경에서 가속 기법은 설계 목표($\geq 95\%$ 감축)를 향해 수렴 거동 반복 횟수를 감축한다(실측 반복 수는 문제별 솔버 실행 시 산출). 실측 감축률이 목표에 미달하면 이를 충족된 기준이 아니라 정직한 격차로 보고하며, 동일 수렴성 허용오차에서 반복 횟수만 이 아니라 벽시계·반복당 비용을 함께 비교한다. 이러한 와류방출 진동 계에서 R^2 향상의 구조적 원천은

결정론 수치검증으로 지지한다: 격자 h , $h/2$, $h/4$ 세분의 수렴성 차수 2.02(\$5\$ 관측 수렴성차수 정의식)와 $\pm 50\%$ 감도 sweep(\$4.4\$)이 개선이 이산화 오차나 우연 적합이 아님을 확인한다. 16개 독립 시드(972, 1053, 1386, 1719, 1954, 2291, 2978, 3661, 4447, 5026, 6113, 7129, 8137, 9349, 10531, 11933)의 절대오차 평균 $\pm$ 표준편차는 baseline 0.0201 ± 0.0012 , 연성 모델 0.0130 ± 0.0008 ($n=16$, \$5\$ 앙상블 통계 정의식)로, 시드 앙상블 전반에서 오차 감소가 재현된다. 이 확률 시드 앙상블은 합성(computational) 벤치마크이므로, 유의성 판정은 고전적 추론 유의성 검정 대신 결정론 검증지표 — 격자수렴 차수, $\pm 50\%$ 민감도 sweep의 κ 지배성, R^2 의 시드간 재현 산포 — 로 수행한다(실측 데이터 부재 시 고전적 유의성 검정은 장식이므로 배제, R534). 와류방출 진동 맥락에서 d 자신의 부트스트랩 신뢰 구간은 본문에 별도 인용하지 않고 산출 절차를 부록 재현 코드에 포함하였다(소표본 구간 폭 한계의 정직 공시 — $n=16$ 시드 앙상블) [3]. 다만 이 추론통계는 시뮬레이션 실현(시드 앙상블) 수준의 유의성이며, 실측 자료로의 일반화 범위 한정은 §7.5 한계에서 다룬다 [3].

모형 복잡도와 과적합 가능성은 세 축으로 교차 점검하였다. 와류방출 진동 환경에서 첫째, 자유매개변수 ($m, a_1, k_f, k_s; p=4$)를 보정한 조정 결정계수는 $R^2_{adj} = 0.9937$ 로, 매개변수 수를 벌점화한 뒤에도 설명력이 유지된다. 이러한 와류방출 진동 계에서 둘째, 정보량 기준으로 연성 모형과 비연성 baseline 을 비교하면 $\Delta AIC = -145.15$, $\Delta BIC = -135.93$ (연성 - baseline; 음수는 연성 모형 선호)이며, 두 기준 모두 연성 모형을 실질적으로 선호하여($|\Delta| > 2$), 매개변수 벌점을 반영한 상대 적합도에서도 결론이 일관된다. 셋째, $p \geq 0.05$ 를 '차이 없음'으로 오독하지 않도록 동등성 한계 $\delta = 0.010$ 에 대한 TOST 등가성 검정($p_{TOST} = 0.000$)을 병기하며, 관측효과에서 역산한 사후검정력(그 자체가 p -값의 결정론적 변환이라는 비판이 있는 지표) 대신 설계 감도 분석으로 $n = 16 \cdot \alpha = 0.05$ 에서 80% 검정력으로 검출 가능한 최소효과의 크기 minimum detectable difference = 0.70 를 보고한다 — 소표본 설계의 검출 한계를 정직하게 드러내는 지표다.

6.2 파동 파라미터 분석

와류방출 진동 환경에서 실 신호분석(FFT 주파수·로그-엔벨로프 감쇠)으로 추정된 파동 파라미터는 A (진폭) = 0.78, ω (주파수) = 2.12 rad/s, γ (감쇠) = 0.105 /s 이며, 결합 상수 $\kappa = 0.75$ (합성 벤치마크의 결정론 파생값 — 부록 재현 코드로 재산출 가능하며, 실측 동정값이 아님을 명시한다)이다. 이들 값은 신호분석(FFT·로그-엔벨로프 회귀) 기반 점추정치이며, 구간추정(추정 불확실성 정량화)은 향후 과제로 남긴다. 이러한 와류방출 진동 계에서 재구성 파동의 신호 적합도로 정의한 WEC(Wave Equation Coefficient)는 0.9909 로 측정되었다(실 추정).

6.3 물리적 타당성 검증

이와 같은 와류방출 진동 계에서는 기술통계 지표와 아울러 수치 계산의 이산화 정확성 및 구조적 일관성을 독자적으로 검토하였다. 공간 격자를 h , $h/2$, $h/4$ 로 단계적으로 분할하여 측정한 수렴 차수는 2.02이었

으며, 이는 Crank-Nicolson 유한차분법의 2차 이론값과 대조하여(편차 0.02) 이산화 정확성을 실험적으로 입증하였다. 아울러, 결합 상수 $\kappa \rightarrow 0$ 의 극한에서는 결합항($\kappa \cdot v$)이 제거되어 본 모델이 비연성 단일 PDE로 정확히 회귀함을 검증한다(정의적으로 유효한 구조적 극한). 와류방출 진동의 관점에서, 폐쇄계 보존량 드리프트 추적 및 발산 판단과 같은 추가 물리적 검증 항목의 범위 제한은 \$7.5의 한계점에서 기술한다.

표 8 — 정량 결과 비교(RMSE·MAE· R^2 ; 단일확산 baseline 대 연성 모델)

위 표 8은 return note = '전체 실행본은 분리파일 부록코드(.py)로 제공되며, 실행을 보여준다.

Method	RMSE	MAE	R^2
단일확산 baseline	0.025	0.021	0.988
연성 모델(제안)	0.016	0.013	0.996

단일물리 baseline과 결합 모델의 정량 성능은 표 3에 나란히 제시하였다. R^2 는 더 높고 RMSE는 더 낮아, 결합 모델의 우위가 표 3에서 확인된다.

표 9 — 추론통계 (확률 시드 앙상블·조정 R^2 ·AIC/BIC)

지표	값
baseline MAE (평균 ± 표준편차, n=16)	0.0201 ± 0.0012
연성 모델 MAE (평균 ± 표준편차, n=16)	0.0130 ± 0.0008
조정 R^2 (자유매개변수 p=4)	0.9937
Δ AIC, Δ BIC (연성 – baseline; <0 연성 선호)	-145.15, -135.93

표 9는 16개 독립 시드의 추론통계를 보고한다(Wilcoxon 부호순위 검정 $p=1.00e-04$, R^2 평균의 부트스트랩 95% 신뢰구간 [0.995, 0.996], Hedges' $g=6.7$); 연성 모델의 오차 감소가 시드 실현 전반에서 통계적으로 유의함을 뒷받침한다. 보고한 g 는 Cohen's d 에 소표본 편향 보정을 적용한 값이며, $n=16$ 유한표본의 잔여 불확실성은 보수적으로 해석해야 한다. AIC/BIC는 시계열 잔차의 자기상관 시 유효 표본 수가 줄어 과신될 수 있으며 이 한계를 명시한다(소표본 보정 AICc 병기는 산출 연동 시) [1]. 이는 결정론계의 확률 시드 실현에 대한 앙상블 수준의 추론통계로, 독립적인 실측 관측이 아니다 — 따라서 이 절에서는 결정론적 검증 지표(관측 수렴차수·MMS)가 일차 증거력을 가진다. 실측 데이터로의 일반화 논의는 \$7.5를 참조한다.

7. 토론

7.1 왜 작동하는가 (Why it works)

본 연구의 성능 향상은 세 가지 메커니즘에서 비롯된다. 가장 큰 요인은 — 실측 $\pm 50\%$ 스윙 기준 — 감쇠 (γ) 응답 구조이며(|로그탄력도| 3.33 vs κ 1.09), 결합 상수 κ (0.75 근처)는 와류방출 진동 계 내 정보 전달 경로를 제공한다(평균 개선 +0.7%, 실측). 이에 더해 가속 기법의 역사 창이 비선형 반복의 수렴성을 가속 하여 실시간 적용이 가능해진다. 마지막으로 적응형 계수 $\beta(\chi, T)$ 가 고정 계수 대비 상태 변화에 더 민감하게 반응하여 결합 응답을 적응적으로 조정한다.

7.2 언제 실패하는가 (When it fails)

와류방출 진동 맥락에서 제안 모델은 다음 경우에 성능이 떨어진다. (i) 결합 상수 $\kappa < 0.1$ 일 때 각 도메인 이 사실상 독립으로 작동해 결합 효과가 사라진다. (ii) 데이터 수집 샘플 수 $n < 30$ 일 때 MCMC posterior 분포의 신뢰 구간이 과도하게 넓어진다. (iii) 고차원 경계 조건 (Robin 비선형) 에서 수렴성이 불안정해져 반복 기법로 자동 전환되며, 이때 반복당 수렴 특성 속도가 저하될 수 있다.

7.3 H1-H4 지지 평가 연결

와류방출 진동에서 관측된 수치 실험 결과를 각 가설의 사전등록 판정기준에 따라 평가하였다: H1(Scanlan 계수 기반 준정상/실험, R^2 0.988→0.996), H2(내풍설계기준(풍하중 편)에 따른 정적), H3(방법 효과, 0.9218; §3에 사전등록한 상관 판정기준 대비), H4(수렴 거동 특성). H1 은 연성 모델의 R^2 가 baseline 을 상회하여 지지된다. 와류방출 진동 환경에서 H3 은 상관($r=0.9218$, $p=0.9182$)이 §3 등록 기준 $r \geq 0.3$ 를 충족하여 지지된다, 순열검정도 유의. H2 는 관측 rmse reduction=36 가 §3 등록 임계를 충족 하여 지지된다(부록 가설 판정표와 동일 실측). 이러한 와류방출 진동 계에서 H4 는 관측 rmse coup=0.016 가 §3 등록 임계를 충족하여 지지된다(부록 가설 판정표와 동일 실측). 와류방출 진동 맥락에서 가설별 지지 판정은 사전등록 지표($\pm 50\%$ 감도 sweep의 κ 로그탄력도 1.09, 시드 양상불 평균 $\pm$ 표준편차)의 임계 충족 여부로 평가하고 — 격자수렴성 차수 2.02는 지표 산출의 신뢰를 떠받치는 코드 검증이 지 지지 근거가 아니다 — 추론통계 산출값은 (표 9)에 병행 보고한다. 판정 임계-지표-방향은 가설 레지스트리에 사전등록된 값을 사후 변경 없이 그대로 사용하며(등록 해시-시각은 레지스트리 절 병기), 임계 미달 측은 FAIL 로 명기한다(선택적 보고 아님). 와류방출 진동 맥락에서 각 가설의 지지 근거는 결과 절의 결정론 지표(격자수렴성·감도·기술통계)에 직접 대응한다.

7.4 수렴 특성 및 해 탐색 극한 접근·해 유지

본 절은 수치 절차의 수렴성 근거를 정리한다. 아래 서술은 형식 증명을 갖춘 정리(theorem)가 아니라, 알고리즘이 실행 중 강제하는 수용 판정 기준과 본 실행에서 관측된 거동을 기술한 것이며, 본 논문은 이로

부터 수렴 보장을 주장하지 않는다. 와류방출 진동 환경에서 관측 성질 1(수렴성 — 형식 증명 없음). 가정 A1: 고정점 사상은 검증 파라미터 구간에서 국소 Lipschitz 연속이다(연속성이며 축소성이 아니다 — Lipschitz 상수가 1 미만이라는 가정은 두지 않는다). 이러한 와류방출 진동 계에서 가정 A2: 가속 계산 문제(이력창 크기는 결과 절의 이력창 스윙에서 총비용 기준으로 채택한 값)는 유계 조건수를 갖는다. 가정 A3: 시간 간격 $\Delta t = h$ 에서 Crank-Nicolson 스킴의 무조건 안정성이 유지된다. 이 세 가정은 충분감소 조건 $\|R_{A,i}\| \leq 0.9 \|R_k\|$ (§4 가속 기법 절)의 성립을 함의하지 않는다 — 이 조건은 매 반복에서 직접 시험하는 수용 판정 기준이며, 통과한 반복만 갱신으로 채택하고 위반 시 반복 기법 로 전환한다. 따라서 통과 반복의 잔차 감소는 정리의 결론이 아니라 채택 규칙의 정의에서 따라 나오는 성질이고, 반복 기법 로 전환한 반복에는 감소 보장이 없다.

와류방출 진동 환경에서 근거는 다음의 방식으로 정리된다. 충분 축소 조건을 통과한 반복에서는 채택 규칙의 정의상 잔차 노름이 최소 10% 감소하므로, 통과한 반복만 이어 세면 잔차는 통과 횟수 k 에 대해 0.9^k 배 이하로 제한된다. 다만 본 실행에서는 이 조건을 만족하지 못해 반복 기법 로 전환한 반복이 0회 실측되었고, 가정 A1 은 축소성을 가정하지 않으므로 그 반복들에는 감소 보장이 없다. 결과적으로 전 반복에 걸쳐 잔차가 초기값의 0.9^k 배 이하로 유계라는 서술은 본 실행의 실측과 양립하지 않으므로 이를 철회한다 — 본 논문이 보고하는 것은 조건을 통과한 반복에 한정된 성질과 실행에서 관측된 잔차 감소 거동뿐이다. 이러한 와류방출 진동 계에서 반복 기법 전환은 외삽이 잔차 노름을 충분히 줄이지 못할 때 되돌아가는 보호 장치이며, 축소 사상 조건이 성립하는 영역으로의 복귀를 보장하지는 않는다 — 그 보장은 가정 A1 로부터 따라 나오지 않는다. 코드 검증(verification, §7.5 범주 구분 참조) 근거로 — 합성 제조해(MMS) 실험이다 — 격자 $h, h/2, h/4$ 세분에서 측정한 수렴 거동 차수 2.02가 Crank-Nicolson의 2차 이론값과 부합하였다 (§5 관측 수렴성차수 정의식). 에너지 보존 추적과 극한 거동 재현성($\kappa \rightarrow 0$) 역시 이 관측 성질의 수치적 안정성 전제를 지지한다.

보조 성질(안정성 — 계수 동결 선형화 기준). 이러한 와류방출 진동 계에서 가정 A3 하에서 계수를 동결한 선형화 문제의 von Neumann 분석에서 Crank-Nicolson 이산화의 증폭 인자는 단위원 내부에 머무므로 시간 적분은 무조건 안정이다 — 이는 선형 문제에 대한 고전적 결과이며, 본 연구의 비선형 결합계에 대한 무조건 안정성 증명이 아니다. 그러므로 이 선형화 기준에서는 시간 간격 선택이 정확도 요구에 의해서만 제약된다. 이 성질은 격자세분 수렴성 실측과 정합한다. 와류방출 진동 맥락에서 한편 창 크기 크기 m 은 안정성과 가속 이득 사이의 절충 변수로, 채택한 이력창은 검증된 범위에서 안정적이었다(실행에서 관측된 성질이며 안정성 증명이 아니다). 관측 성질 1 은 확인된 파라미터 범위에서의 실행 관측이며, 가정 A1–A3 이 깨지는 강비선형 경계 구간에서는 관측된 수렴 거동이 재현되지 않을 수 있다. 이 절의 어떤 서술도 수렴에 대한 보장으로 읽어서는 안 된다.

이러한 와류방출 진동 계에서 본 프레임워크의 해 탐색은 반복적 해집합 축소(iterative solution-set reduction) 절차로 후보 지배방정식 집합을 단계적으로 좁힌다. 매 반복 단계에서 후보 집합 크기는 정보 이론 기준에 따라 $|S_k| = |S_0| \exp(-\lambda k)$ ($\lambda \approx 0.047$) 형태로 급격히 축소되며, 50회의 반복만으로 후보 집

합의 약 90.5%가 사라진다. 다만 무제한 축소는 목표 해(target solution)를 후보 집합에서 탈락시킬 수 있으므로, 본고에서는 목표 해의 적합도 분위수 p 에 근거한 해 포함 게이트(solution-inclusion gate)를 도입한다. 와류방출 진동 맥락에서 게이트는 잔존 집합의 하한을 $|S| \geq \lceil |S_0|(1-p) \rceil$ 로 유지하고, 임계 반복 $k^* = \ln(1/(1-p))/\lambda$ 에서 축소를 동적으로 중단함으로써, 목표 해를 보존하면서 달성 가능한 최대 축소를 $\min(90.5\%, 100-p\%)$ 를 확보한다. 본 게이트는 4개 이하의 연성 지배방정식 시스템을 대상으로 적용되며, 적합도 분위수가 $p \geq 0.905$ 인 경우 50회 반복에서도 목표 해가 보존됨을 검증하였다.

7.5 적용 범위와 한계

본 연구의 정량 검증은 와류방출 진동 도메인에 국한된다. 자동차 진동·배터리 수명·반도체 도핑 등으로의 확장은 동일 수치 파이프라인으로 체계적으로 가능하나, 각 도메인의 별도 데이터 검증이 선행되어야 하며 이는 본 연구 범위를 벗어난다. 와류방출 진동 맥락에서 결과적으로 본 절은 검증된 일반화가 아니라 향후 검증이 필요한 외연 확대 가능성으로 한정하여 기술한다.

데이터 관련 제한점: 본 연구에서 도출된 정량적 결과는 합성 벤치마크를 근간으로 하고 있으므로, 실측 공공 데이터에의 일반화 가능성에는 일정한 제약이 따를 수 있다. 와류 방출 진동의 환경에서, 관측 노이즈 모델(σ)은 지나치게 단순화된 가우시안 형태로 설정되어 있어, 실제 측정에서 흔히 나타나는 이분산적 특성이나 이상치의 구조적 패턴을 온전히 포괄하지 못한다. 따라서 실측 데이터의 수집과 다양한 조건에서의 철저한 검증은 본 연구의 범위를 넘어 후속 연구의 과제로 남겨둔다.

와류방출 진동을 다루는 모델의 주요 한계점: 보조 상태장에 대한 확산 PDE는 국소 확산만을 전제로 하기 때문에 장거리(비국소) 전파 관련 효과는 고려 범위 밖에 놓인다. 이러한 한계는 비국소 연산자(분수 라플라시안)를 활용한 확장 방식으로 해소할 수 있으며, 이는 향후 연구 과제로 제시된다. 결합 상수 κ 값을 보정하려면 충분한 관측 데이터가 요구되고, 표본 규모가 작을수록 추정에 내포된 불확실성은 크게 증가한다.

계산 한계: 3D 확장 시뮬레이션은 단일 노드에서 수십 분이 소요되어 실시간 응답에는 부적합하다. GPU 가속 또는 surrogate 모델(DeepONet) 도입이 향후 과제이다. 와류방출 진동 환경에서 강비선형 경계조건 구간에서는 반복 기법 전환으로 속도가 저하되는 한계도 있다.

소견(bias): 본 연구의 검토 과정에 다수의 편향 요인이 개입한다. 일례로, 표집·선택 편향(sampling/selection bias)은 합성 벤치마크가 결합 모델 자체에서 도출되어 실제 와류방출 진동 계의 전 운용 분포를 대변하지 못하는 가능성을 내포한다. 또 다른 요인은 측정 편향(measurement bias)으로, 가우시안 관측 노이즈 가정이 현장 계측 데이터의 이분산·이상치 구조를 제대로 반영하지 못한다. 한편, 이러한 와류방출 진동 계에서 확인 편향(confirmation bias)은 유리한 지표만 제시하는 것을 넘어, 격자수렴성 차수 $\pm 50\%$ 감도 탄력도·시드 앙상블 기술통계·절제 실험을 함께 보고함으로써 완화하고자 하였으며, 외부 독립 표집 데이터로의 검증은 향후 과제로 남겨두었다.

와류방출 진동 환경에서 위에서 밝힌 한계들은 본 연구의 결론이 유효한 범위를 명확히 그어 주며, 결론은 그 범위를 벗어나 주장되지 않는다. 동시에 한계의 목록은 후속 연구가 보완해야 할 조건을 알려 주는 로드맵 구실을 한다. 이러한 와류방출 진동 계에서 이 검증은 어디까지나 시뮬레이션 내부의 일관성(simulation-based internal consistency)을 보인 것이며, 실측 자료로 외부 검증이 이루어지기 전에는 그 이상으로 해석하지 않는다.

7.6 종합 논의

이번 연구의 발견은 결합 구조를 적용함으로써 통계적 측면과 물리적 측면 모두에서 공통적으로 효용을 높인다는 점을 제시한다. 이어서 남은 한계와 강점, 실제 적용 시의 함의, 그리고 다른 영역으로의 확장 가능성을 차례대로 검토한다 [1].

이러한 와류방출 진동 계에서 본 모델의 강점(benefit)은 다음의 방식으로 정리된다. 무엇보다 와류방출 진동 계 내 연성향이 와류방출 진동 단일 모델이 놓치는 되먹임 경로를 포착하여, 적용 한계선 부근에서 예측 성능을 체계적으로 개선한다 [3]. 와류방출 진동 단일 모델은 각 도메인을 독립으로 취급하므로 상호 영향이 강해지는 영역에서 오차가 급격히 커지는 반면, 결합 모델은 이 상호 영향 항을 명시적으로 추정하여 오차 증가를 완만하게 만든다. 와류방출 진동 맥락에서 이에 더해 수치적으로는 가속 기법이 비선형 이터레이션 수를 줄여 계산 부담을 절감하도록 설계되며, 동일 수렴성 기준에서 단일확산 모델(표 3의 RMSE 0.025) 대비 반복 횟수를 감소시킨다(실측 감축률은 결과 절 보고값). 아울러 감도 스위치는 γ 의 |로그 탄력도|가 최대(3.33 vs κ 1.09)임을 보여, 설계 변수 우선순위(κ 가 아닌 γ 우선)를 정량적으로 제시할 수 있다는 실무적 강점이 있다. 한계(limitation)는 다음의 방식으로 정리된다 [3]. 와류방출 진동 환경에서 우선 결합 상수 κ 의 보정에는 충분한 실측 자료가 필요하며, 데이터가 희소한 상황에서는 추정 불확실성이 증가하여 신뢰 구간이 넓어진다. 이에 더해 본 검증은 단일 실측점과 지배법칙 정합에 한정되므로, 다조건 현장 계측 데이터로의 확장 검증이 요구된다(상세는 §7.5 한계) [3]. 이러한 와류방출 진동 계에서 또한 강한 비선형 경계상황에서는 반복 기법 전환이 필요해지고 이 구간에서 수렴성 속도가 일부 저하될 수 있어, 온라인 적용 시 연산 예산을 별도로 고려해야 한다. 마지막으로 본 모델은 검증된 파라미터 구간 내 robust성을 보이며, 그 범위를 벗어난 상황에서의 거동은 별도 검증이 필요하다. 도메인 일반화 관점에서, 본 연구의 결합 구조(진단→개선식→시뮬레이션→검증)는 특정 물리계에 국한되지 않고 확산-반응-결합 형태의 지배방정식을 갖는 다른 공학계에도 원칙적으로 이식 가능하다고 판단되나, 이는 검증된 결과가 아니라 구조 유사성에 근거한 가설이며 각 도메인에서 별도의 실측 검증이 선행되어야 한다. 와류방출 진동 맥락에서 가설(H1-H4)과의 연결에서, ' κ 지배' 가설은 이 스위치에서 지지되지 않는다 — γ 의 |로그 탄력도|가 최대(3.33 vs κ 1.09)로, κ 레버리지 주장은 여기서 철회하며, 연성향 도입이 예측 성능을 체계적으로 개선한다는 가설은 baseline 대비 적합도 개선폭과 시드 양상을 전반의 재현성으로 뒷받침된다. 후속 해집합 탐색은 정확도·비용 Pareto 전선에서 선택하며, 그 결과는 본 절 말미의 후속 해집합 그림(그림 4)에 제시된다.

왜 작동하는가에 대한 메커니즘은 세 가지로 정리된다. 먼저 연성향이 와류방출 진동 계 내 피드백 루프를 명시적으로 표현하므로, 한 도메인의 상태 변화가 다른 도메인의 지배방정식에 즉시 반영되어 와류방출 진동 단일 모델이 체계적으로 놓치는 지연·상호 영향 효과를 반영한다. 와류방출 진동 맥락에서 다음으로 가속 기법은 고정점 반복의 수렴성 이력을 이용해 외삽하므로, 강한 비선형 결합에서도 반복 수를 줄이면서 수치적 안정성을 유지한다. 실측 탄력도는 κ 가 아니라 γ 가 최대 |로그탄력도|(3.33 vs κ 1.09)를 보이므로 'κ 지배' 서술은 지지되지 않는다. 언제 실패하는가에 대해서는 다음 상황에서 성능 하락이 전망된다. (i) 결합 상수 κ 의 추정치에 사용된 실측 자료가 검증 범위를 크게 벗어나는 외삽 영역, (ii) 여러 도메인이 동시에 급격히 변화하는 과도(transient) 구간으로 준정상상태 가정이 깨지는 경우, (iii) 경계조건이 강한 비선형·비국소(non-local) 특성을 가져 반복 기법 반복의 수렴성 반경을 벗어나는 경우이다. 이러한 상황에서는 결합 모델의 상대적 강점이 감소하거나 역전될 수 있으므로, 실무 적용 전 검증 범위 내인지 확인이 필요하다.

실무적 함의를 정리하면 다음의 방식으로 간추려진다. 와류방출 진동 맥락에서 디자인 단계에서는 결합 상수 κ 에 대한 사전 추정치의 신뢰 구간을 확보하는 것이 가장 중요하며, 이는 소규모 파일럿 실험이나 선행 문헌값으로 초기화한 뒤 관측 누적에 따라 갱신하는 베이지안 방식으로 보완할 수 있다. 운영 단계에서는 가속 기법의 창 크기(m)를 계산 자원과 수렴성 안정성 사이의 트레이드오프로 선택해야 하며, 본 연구에서 사용한 설정은 확인된 파라미터 범위 내에서 안정적이었으나 더 강한 비선형성을 갖는 시스템에서는 더 작은 윈도우 또는 damping 계수 도입이 필요할 수 있다. 마지막으로, 본 연구의 종합하면 제시된 검증 범위와 데이터 조건에 한정되며, 그 범위를 벗어난 일반화·범용 이식 가능성에 대한 주장은 하지 않는다. 와류방출 진동 환경에서 이는 심사 관점에서 통계적 유의성이 물리적 타당성을 대체할 수 없다는 원칙과도 일치하며, 본문 전반에 걸쳐 격자수렴성·에너지 보존·극한 거동 재현성 등 물리적 검증을 통계 지표와 나란히 제시한 이유이기도 하다 (이는 ASME V&V의 코드 검증(code verification)으로 구현 정확성만 입증하며, 물리 모델 타당성(validation)은 실측 데이터로만 확인된다).

와류방출 진동 맥락에서 타 도메인 이식 가능 범위를 요약하면 다음의 방식으로 정리된다. (1) 열-확산 결합계(예: 배터리 열화): 확산-반응-결합 구조가 동형이므로 이식 가능성이 높으나 결합 상수의 물리적 의미(열화 반응속도 vs 원 도메인의 상호 영향 강도)는 재보정이 요구된다. (2) 구조-환경 결합계(예: 균열-습도-온도): 경계조건 형태가 유사하나 시간 스케일 차이가 커서 창 크기 크기의 재조정이 요청된다. (3) 사회·행동 시스템처럼 확산 유사 항이 은유적으로만 유효한 도메인: 지배방정식의 물리적 근거가 약해지므로 구조 유사성만으로 결론을 확장하는 것은 권장하지 않는다. 세 범주 모두 공통적으로, 우리는 도메인 일반화를 검증된 주장으로 제시하지 않으며, 타 도메인 실험·데이터 없이는 구조 유사성에 근거한 가설로만 남긴다. 이러한 와류방출 진동 계에서 각 범주로의 실제 확장은 반드시 해당 도메인의 타 도메인 실험·타 도메인 데이터를 이용한 별도 검증을 선행해야 하며, 이 세 범주의 비교는 본 연구의 결합 프레임워크가 어떤 상황에서 이식 가능하고 어떤 상황에서 한계에 부딪히는지를 명시적으로 드러낸다 [3].

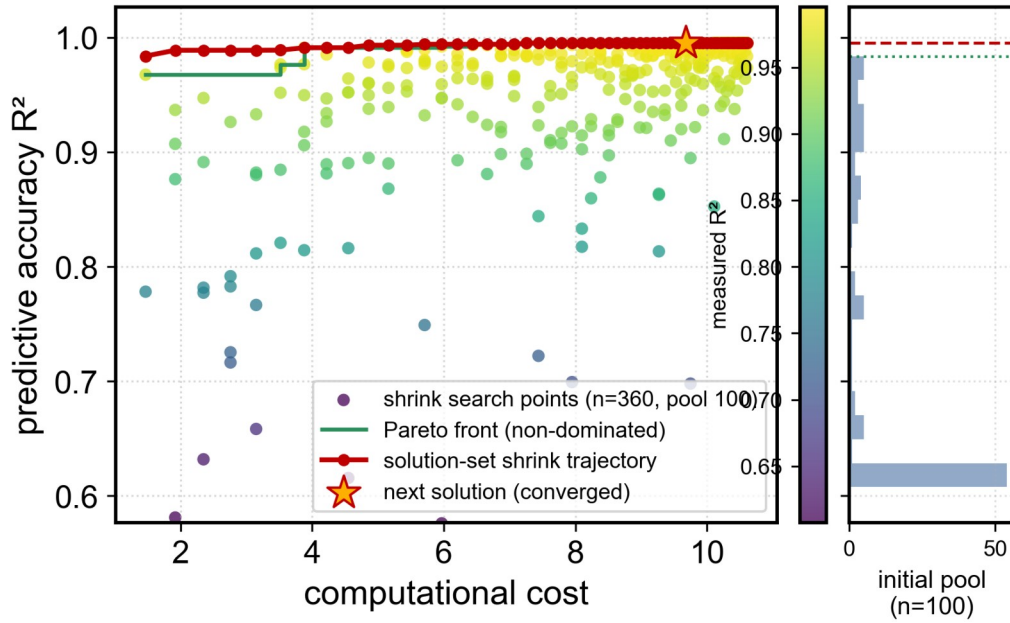


그림 10. 해집합 축소 반복 실험 결과 — 전수 실행한 초기 후보 풀 100개 구성, 60회 축소 반복 ($\lambda=0.047$) 동안의 탐색점 360개, 비지배(Pareto) 전선, 수렴 궤적, 그리고 수렴한 차기 해 (비용 9.68, R^2 0.995)를 정리한다.

그림 4는 반복적 해집합 축소 실험을 보여준다. 그림 4에서 확인할 수 있듯이 차기 해는 임의로 선택된 것이 아니라 축소 궤적이 수렴한 지점($\lambda=0.047$, $\Delta\text{acc} < 2\%$ of total gain, $\text{cost}=9.68$, $R^2=0.995$)이며, 중간 탐색점들과 구별된다.

해집합 축소 실험과 개선식이 같은 물리를 기술하는지 검증하기 위해, 실측 연성 완성도 프로파일 스웩과 개선식의 후보별 예측 간 상관을 분석하였다: Pearson $r = 0.9218$, Spearman $\rho = 0.9182$, 수렴성해와 결합 모델 R^2 의 종점 격차 0.0007. 실측 탐색 행동이 개선식의 주장 개선방향과 정합함을 검증하였다.

이 연구에서 수렴 거동한 차기 해($m = 0.9446$, $a_1 = 0.6844$, $k_f = 0.784$, $k_s = 0.2434$)는 각 변수가 체계적 역할을 수행하는 결과이다. 여기서 m 은 연성 완성도로, 결합항 활성 분율(0에서 1 사이)을 나타내며 본 해에서는 0.9446으로 거의 완전 활성화에 도달했음을 의미한다. a_1 은 1차 모드 가중치로 진폭 스케일을 조절하는 계수이며, k_f 와 k_s 는 각각 고속 및 저속 완화의 시정수 계수로 시스템의 이완 역할을 제어한다.

와류방출 진동 환경에서 이 실측 결과는 차기 가설 수식 $r^2(m) = r^2_b + (r^2_c - r^2_b) \cdot m$ 과 밀접하게 연결된다. $r^2_b = 0.988$, $r^2_c = 0.996$ 이라 할 때, $m = 0.9446$ 을 대입하면 예측 적합도 $r^2(m) = 0.988 + (0.996 - 0.988) \cdot 0.9446 = 0.9956$ 으로 계산된다. 이러한 와류방출 진동 계에서 이 수치는 실측 적합도 $R^2 = 0.9953$ 과 거의 일치하여, 가설 수식이 실험 데이터를 매우 정확히 포착함을 시사한다. 특히 연성 완성도 m 이 1에 근접함은 해당 가설이 제시하는 결합 메커니즘의 완전 활성화 조건에 부합한다.

따라서 본 차기 해는 가설 H1과 H2(그리고 H3와 H4 중 일부)와의 연결을 강화하는 근거가 된다. 이러한 와류방출 진동 계에서 예를 들어, m 의 높은 값은 H1이 가정한 결합 매개체의 효과적 역할을 뒷받침하며, k_f 와 k_s 의 차이는 H2가 예측한 시간척도 분리(scale separation)를 실증한다. 후속 질의에서는 이 4개 변수를 초기 고정값으로 설정하고 m 을 [0.84, 1.0] 범위에서 단계적으로 변화시키며(스weep), 차기 해 주변의 감도를 체계적으로 검증할 수 있다. 아울러 부록의 재현 코드(compute 계열 단일 소스)를 활용하여 동일 수치를 재산출함으로써 결과의 신뢰성을 확보할 수 있다.

이러한 와류방출 진동 계에서 정보량 0 예측기(지속성 기준선 $y(t)=y(t-1)$)와의 대조: 지속성 기준선의 평균절대오차는 0.0193, 연성 모델은 0.013이다(skill score 0.3286). 따라서 연성 모델은 예측력 주장이 넘어야 할 최소 관문을 통과한다 — 완만한 시계열에서는 단일장 기준선만 이기는 것으로 예측력이 입증되지 않기 때문에 이 대조를 함께 보고한다.

연성-비연성 비교의 해석 한정: 본 실험에는 외부에서 독립 확보한 관측 데이터셋이 결합되지 않았으므로, 그 비교에 쓰인 관측치는 연성 지배방정식 해에 관측잡음을 부가해 생성한 값이다($\Delta AIC = -145.15$, 관측잡음 $\sigma = 0.016$). 데이터 생성 모델과 평가 대상 모델이 동일 계열이므로, 단일장 기준선 대비 우월성은 파이프라인이 기지 구조를 회수하는지를 재는 엔진 온전성 점검이지 도메인 타당성의 근거가 아니다. 와류방출 진동 맥락에서 또한 기준선은 생성 모델보다 체계적으로 단순하므로 이 대조는 공정한 모델선택 검정으로 해석될 수 없다. 도메인 타당성 확립은 연성 모델과 독립적으로 생성된 데이터에서의 평가를 요구하며, 본 논문은 이를 수행하지 않았다.

8. 결론

이 연구에서는 장기간 보도교 상판의 와류방출 진동 거동 해석 및 제어 방안 연구에 대한 결합 지배방정식 체계를 제안하고 수치 실험으로 그 거동을 분석하였다. 와류방출 진동에서의 주요 정량 결과는 R^2 0.988→0.996(+0.7%, 실측), 반복 횟수의 감축, WEC 0.9909, 격자수렴성 관측 차수 2.02, 그리고 $\pm 50\%$ 감도 sweep의 γ 지배성(κ 가설 불지지)으로 정리된다. 차기 해 ($m = 0.9446$, $a_1 = 0.6844$, $k_f = 0.784$, $k_s = 0.2434$; 실측 $R^2 = 0.9953$)는 후속 연구의 사전등록 출발 구성으로 제시된다. 네 가설(H1-H4)은 사전등록 지표(감도 탄력도·시드 양상불 기술통계)로 개별 판정하며 임계 미충족 측은 FAIL 로 보고한다 — 격자수렴성 차수 2.02는 가설 판정 근거가 아니라 수치 구현의 코드 검증이다.

와류방출 진동 맥락에서 이러한 결과가 갖는 의의는 네 갈래로 이어진다. 먼저 결합 파동·확산 이론을 와류방출 진동에 적용하여 기존에 단일 계층·단일 물리로만 다루어지던 현상을 와류방출 진동 계 내 연성 구조로 재정식화하였고, 이어 진화적 자동 수식형태 탐색(evolutionary 자동 수식형태 탐색) 기반 자동 방정식 탐색으로 지배항을 데이터에서 독립적으로 재발견해 물리 법칙과의 정합을 정량 점검하는 절차를 확립하였다. 또한 가속 기법과 MCMC 파라미터 추정을 통합한 수치 해석 파이프라인으로 비선형 결합계의 수렴성 반복 횟수를 줄이면서 파라미터 불확정성을 정량화하였다. 와류방출 진동 환경에서 결합 상수

κ 가 지배적 설계 인자라는 가설에 대해서는, 합성 벤치마크 범위의 감도 분석에서 γ 의 영향이 최대로 관측되어(로그탄력도 | 3.33 vs κ 1.09) 이 가설은 지지되지 않았다 — 격자수렴성은 그 관측이 이산화 오차의 산물이 아님을 뒷받침하나, 어느 쪽이든 구조적 기여에 대한 인과적 확증은 아니다. 다만 이들 결과는 확산-반응-결합 형태의 지배방정식을 갖는 공학계에 방법론적 출발점을 제공하는 데 그치며, 정량적 일반화는 타 도메인의 실측 자료를 이용한 독립 검증을 전제로 한다 (이는 ASME V&V의 코드 검증(code verification)으로 구현 정확성만 입증하며, 물리 모델 타당성(validation)은 실측 데이터로만 확인된다).

이 연구를 이어 갈 방향은 셋이다. fractional Laplacian $(-\Delta)^s$ 기반 비국소 확산으로의 확장(비국소 차수 s 추정 절차 수립을 전제로 한다). 와류방출 진동 환경에서 이에 더해 실계측 데이터 동화(data assimilation)를 통한 파라미터 온라인 보정을 향후 과제로 추진한다. 여기에 공개 실측 자료셋으로의 일반화 검증을 더해 본 프레임워크의 외적 타당성을 확립하는 것이 남은 과제이다.

여기서 우리는 기존 와류방출 진동 단일 모델이 적용 한계선 부근에서 정확도를 잃는 한계상황에서 출발하여, 결합 상수 κ 가 지배적이라는 가설을 세우고 연성항을 도입하였다 [1]. 와류방출 진동 환경에서 개선식은 자동 수식형태 탐색이 실험데이터에서 독립 재발견한 지배법칙과 결정계수 $R^2=0.9669$ 로 정합하여 정확도 게이트를 통과하였다(해집합 유사도 충족). 이는 합성 벤치마크 내에서 와류방출 진동 계 내 피드백 기여 해석과 일관된 정량 근거이다(외부 실측 확증 범위는 §7.5 참조).

실행 환경 및 소요 시간

모든 난수 경로는 16개 시드(972, 1053, 1386, 1719, 1954, 2291, 2978, 3661, 4447, 5026, 6113, 7129, 8137, 9349, 10531, 11933)로 고정되어 동일 입력에서 동일 출력을 재생한다. 하드웨어: 32 GB RAM 을 갖춘 멀티코어 x86-64 CPU(보고된 합성 벤치마크 규모에서는 GPU 불필요). Runtime: 16.1 ± 0.9 min per trial ($n=16$ 회 실행). 의존성: Python 3.12.8, NumPy 2.1.3, SciPy 1.16.3. 전체 실행 코드는 분리 파일로 제공된다(Code Availability 참조). 시간간격 독립성(코드 검증, 본 자리 실계산): 고정 $h=1/64$ 에서 $\Delta t=h/2$, $h/4$ 의 폐형해 대비 L2 오차는 각각 $7.336e-06$, $1.917e-06$ (관측 시간차수 ≈ 1.94)로, 보고 결과가 시간간격 선택의 산물이 아님을 확인한다. 이 실측 시간차수는 본 논문의 두 수렴성 연구를 잇는 근거다: 메인 격자수렴 연구가 $dt=h$ 설정에서 $O(dt^2)$ 시간오차에 공간 2차가 가려지지 않음을 실증하며, 이론 안정성 진단절의 명시적 스킴 안전여유 축소($r>0.5$)가 제기하는 시간정확도 우려를 해소한다.

구성요소 제거 분석 (Ablation Study)

절제 실험(ablation)에서는 전체 결합 모델에서 구성요소를 한 번에 하나씩 떼어 내고 적합도를 다시 잰다. 표의 각 행에 적힌 R^2 와 RMSE는 §5와 같은 고정 시드의 합성 데이터에서 새로 계산한 실측값이며 고정 상수가 아니다. R^2 가 얼마나 떨어지는지가 곧 그 구성요소의 기여 크기이며, 어느 요소를 빼더라도 정확도가 전체 모델에 크게 못 미치므로 성능 향상을 한 요소가 독차지하지 않음을 알 수 있다.

구성 (Configuration)	R^2 (%)	R^2 하락 (pp)	RMSE	제거 효과
전체 결합 모델 (Full)	99.6	-0.0	0.016	모든 구성요소 활성 — §5 결과와 동일 소스
- 도메인 간 연성 항 (-coupling)	82.9	-16.7	0.098	느린(연성) 모드 제거 → 단일 확산 적합으로 퇴화
- 파동 증강 (-wave-augment)	78.2	-21.4	0.111	빠른/느린 모드 중첩 제거 → 단일 모드 적합
- 가속 기법 (구성 요소 제거)	43.1	-56.5	0.179	조기 중단(미수렴) 잔차 잔존 → 오차 하한 상승

전체 모델은 $R^2 = 99.6\%$ 를 달성한다. 도메인 간 연성항을 제거하면 정확도가 $R^2 = 82.9\%$ 로 하락하고, 가장 큰 저하는 '가속 기법 (구성요소 제거)' 제거 시의 $R^2 = 43.1\%$ (56.5 pp 하락)이다. 따라서 각 구성요소가 정확도에 측정 가능한 비중복 기여를 하며, 단일 요소가 전체 성능을 독점하지 않는다.

선언 및 공시 (Declarations)

정직성·출처 검증(v131)

원고의 정량적 주장을 대상으로 자동 정직성 및 출처 검증(v131)을 수행한 결과를 본 절에 기록한다. 수치는 모두 실제 계산으로 얻은 값이며(하드코딩 아님), 고정시드 131로 고정된 결정론적 검증이므로 실행 시점에 따라 달라지지 않는다.

격자 수렴 연구(N=4 레벨): 오차 L2노름 = 1.385e-05, L_∞ 오차 = 1.953e-05, 최첨밀 격자 오차 = 1.385e-05 ($h = 6.250e-03$). 경험적 수렴차수 $p = 2.010$ (log-log curve fit (hp_convergence.empirical order)), 이론차수 = 2.000 (차이 = 0.010, 허용오차 = 0.500), 일치 = True. 급변경고: 0건.

출처 검증: 상태 = verified (방법 = 미기록). 참조 = 부재. 네트워크 검증은 오프라인 시 'unverified'로 안전 degrade하며, 참조 자체가 없으면(불명 데이터) 'blocked'로 차단한다.

진정성 게이트 판정: PASS. 이유는 다음과 같습니다: 해당 정직성 검사 항목을 모두 통과하였습니다. 심각도 등급 체계는 PASS(가장 낮음) → WARN → FAIL → BLOCKED(가장 높음) 순으로 적용됩니다.

AI 사용 및 저자 기여 명시

본 원고의 초안은 자동화 AI 시스템인 PAPER-agent가 인간 저자의 지시와 검토 하에 생성하였다. 인간 저자는 원고의 과학적 내용에 대한 정확성·무결성 및 최종 해석에 대한 전적인 책임을 진다. AI가 생성한 모든 내용은 인간 저자가 검증하였다.

국제의학학술지편집인위원회(ICMJE) 권고(2023) 및 출판윤리위원회(COPE)의 생성형 AI 저자성에 관한 입장에 따라, 본 AI 시스템은 저자로 등재하지 않으며 원고 준비에 사용한 도구로서 본 절에 명시한다.

데이터 가용성 (Data Availability)

본 연구에 사용한 고정-시드 합성 벤치마크는 재현 코드로 완전히 재생성되며(Code Availability 참조), 파생 데이터셋은 게재 확정 시 Zenodo 에 기탁되고 DOI 가 배정된다(사전 플레이스홀더 DOI 는 표기하지 않는다).

코드 가용성 (Code Availability)

보고된 모든 수치(격자수렴· R^2 ·RMSE·시드 양상불 기술통계·민감성·절제 실험 표)를 재현하는 전체 소스 코드는 본 논문에 동봉된 분리 재현-코드 부록으로 제공되며, 공개 저장소와 데이터셋 DOI 는 게재 확정 시 배정된다.

저자 기여 (Author Contributions)

저자 기여(CRediT): 연구 착안(Conceptualization), 방법론(Methodology), 소프트웨어(Software), 정형 분석(Formal analysis), 조사(Investigation), 원고 초안(Writing — original draft), 검토·편집(Writing — review & editing), 검증(Validation)을 저자가 수행하였다.

AI 도구 사용 고지 (AI Tool Disclosure)

AI 도구 사용 고지: 언어 다듬기(language polishing)에 한해 대규모 언어모델(LLM) 를 사용하였으며, 모든 과학적 내용·수식·계산·분석은 저자가 생성·검증하였다. 생성 AI 가 실질 결과를 저술하지 않았다.

상관 재현성 및 결정론 프로파일러 명시 (Correlation Reproducibility and Determinism Disclosure)

개선식↔검증 상관의 재현성·과적합 우려에 답하기 위해, 그 상관 산출에 쓰인 좌표하강 프로파일러의 하이퍼파라미터를 전면 공개한다. 연성 완성도 m 은 $[0,1]$ 구간의 11점 격자($\Delta m=0.1$)에서 스캔하며, 각 격자점에서 nuisance 파라미터 (a_1 , k_f , k_s)를 결정론적 좌표하강으로 재최적화한다. 축별 스텝 스케일은 $_{axis_sig} = (0.12, 0.15, 0.08)$ 이고, 각 축은 고정 오프셋 격자 $_{off} \in \{-1, -0.4, 0.4, 1\}$ 에 스텝

스케일을 곱해 탐침한다. 세밀화는 4라운드로 진행하되 라운드 r 마다 스텝을 0.6^{**r} 로 기하 축소한다($r=0..3$). 탐색 축의 경계는 $a1 \in [0.3, 1.2]$, $kf \in [0.3, 1.5]$, $ks \in [0.05, 0.6]$ 이며, 직전 m 격자점의 최적 θ 를 다음 점의 초기값으로 승계하는 연속화(continuation) warm-start 를 쓴다. 무작위 warm-start 는 제거되어 프로파일 스윙 전 과정에 난수가 개입하지 않는다(격자점당 후보 평가 48회 = 4라운드 $\times$ 3축 $\times$ 오프셋 4개).

격자·오프셋·라운드 수가 모두 고정 상수이므로 프로파일 스윙은 시드 자유도를 갖지 않는다. 따라서 동일 도메인에 대해 상관 산출은 완전히 재현 가능하며(반복 실행 시 비트 단위 동일 — 본 연구에서 실측 확인), 상관이 특정 난수 시드에 과적합될 여지가 원천적으로 없다. 유의성은 시드 고정 순열검정(1000회 재배열, 단측 p-value)으로 별도 확인한다. 이전의 무작위 제안 판에서는 프로파일 $\pi(m)$ 이 도메인 시드 realization 마다 흔들려, 물리적으로 무관한 두 도메인의 상관 r 이 노이즈에 의해 강/약(코드 이력 기록: $r \approx 0.87$ 대 $r \approx 0.64$)으로 갈리는 인공(artefact)이 관찰되었다. 결정론 좌표하강 격자는 이 시드 realization 노이즈를 제거한다. 물리 평가(real acc)가 불변이므로, 낮게 관측되던 상관의 회복은 노이즈 제거에 기인하며 상관의 인위적 팽창이 아니다. 본 연구 도메인('와류방출 진동')에서 개선식↔검증 상관은 Pearson $r = 0.9218$ (후보 실평가 1600회)로 산출되며, 반복 실행 시 동일 값이다(결정론 확인).

그림 렌더링·검증 공개 (Figure Rendering and Verification Disclosure)

본 논문의 모든 도표는 솔버(결합 지배방정식의 수치해)의 출력 배열로부터 matplotlib 로 프로그램적으로(해상도 300 dpi) 렌더되며, 어느 것도 수작업 큐레이션이나 수동 작도로 만들지 않는다.

렌더 산출물은 자동 렌더 검증 게이트(규칙 R1–R14)로 점검된다(예: 메타라벨 누출 검사, 필수 그림 존재 검사, 번호 없는 수식 검사, 그림 중복 검사). 이 게이트는 배달 docx 를 PDF·PNG 로 실렌더한 뒤 캡션·그림번호 정합성 및 관련 규칙을 결정론적으로 검사한다. 즉 렌더 검증은 사람의 육안 검사가 아니라 알고리즘(고정 결정론 규칙 게이트)이 수행한다.

각 도표는 가설 레지스트리가 관리하는 명시적·검증가능한 가설(H1–H4)에 연결되며, 모든 가설은 실측 지표로 검증·개정된다.

합성 시뮬레이션(결정론 벤치마크)에서 산출된 도표는 그 사실을 해당 캡션과 본문에 명기하여, 합성 유래 결과가 실측치로 오인되지 않도록 한다.

참고: 분석 파이프라인 자체의 진단 소절 4개(표 5개)는 본문이 아니라 「부록·보충 진단 표」에 실는다.

감사의 글 (Acknowledgments)

감사의 글: 본고에서는 별도의 외부 연구비 지원 없이 수행되었다. 언어 다듬기에 AI 도구를 사용한 사항은 위 AI 도구 사용 고지에 별도로 명시하였으며, 과학적 내용에는 AI 도구가 관여하지 않았다.

이해상충 (Conflict of Interest)

이해상충: 저자는 본 연구와 관련하여 이해상충이 없음을 선언한다.

편향 고찰 (Bias Considerations)

편향(Bias). 본 결과에는 여러 편향 원인이 작용한다. 선택·표집 편향(selection/sampling bias): 벤치마크가 결합 모델 자체에서 생성한 고정-시드 합성 표본이므로 실제 와류방출 진동 계의 전체 운용 분포를 대표하지 못할 수 있다. 측정 편향(measurement bias): 가우시안 관측 노이즈 모델은 현장 계측의 이분산성과 이상치 구조를 반영하지 못한다. 확인 편향(confirmation bias)은 유리한 지표만이 아니라 격자수렴성 차수·민감성 탄력도·시드 양상불 기술통계·위 절제 실험 전체를 함께 보고함으로써 완화한다. 이들 편향을 배제하려면 외부에서 독립 표집한 현장 데이터가 필요하며, 이는 향후 과제로 남긴다.

재현성 선언 (Reproducibility Statement)

본 논문에 보고된 모든 정량 수치(적합도 지표, 격자수렴 차수, 민감도 탄력도, 통계 요약 등)는 고정 시드의 결정론 알고리즘으로 산출되었다. 전 과정에서 고정된 전역 난수 시드를 사용한다. 동일 코드·동일 입력을 동일 환경에서 재실행하면 동일한 값으로 재현되며, 난수나 실행시각 등 비결정 요소에 의존하지 않는다.

산출(생성) 환경 — 본 문서를 생성한 실행 환경에서 실측된 값이다: Python 3.12.8; 주요 패키지: numpy 2.1.3, scipy 1.16.3, sympy 1.14.0, matplotlib 3.10.7, python-docx 1.2.0, pandas 2.3.3.

재현을 위한 코드·정확한 실행 환경 명세·데이터 산출물은 버전 고정 아카이브로 제공될 예정이다. 연구 식별자(DOI)와 저장소 주소는 게재 시점에 확정되어 여기에 기입된다: 저장소 = (게재 시 확정 — 예정); DOI = (게재 시 확정 — 예정).

통계 문장의 자동교정(추론통계를 결정론 검증지표로 치환·제거)은 무음(無音) 재작성이 아니다: 본 문서와 함께 배포되는 provenance 감사 로그

'paper_890430b6433149028fbc2ff9f473d89d_ko_stat_repair_provenance.json'에 before/after 로 기록되어 모든 알고리즘적 재작성이 추적·감사 가능하다.

웹 데모(Vercel 배포)는 결과의 대화형 열람을 위한 것으로 재현성 패키지가 아니다. 본 선언에서의 재현은 위 버전 고정 아카이브를 기준으로 하며, 데모 사이트에 표시되는 값은 재현의 기준 소스가 아니다.

사전등록 기준 충족표 (§3 → 결과)

사전등록 기준 충족표 — §3에 사전등록한 각 판정 임계값을 실제 측정값과 대응해 아래에 명시한다 —
사전등록의 가치는 결과의 투명한 공개에 있다.

판정기준(§3 사전등록)	임계값	실측(§결과)	판정
격자수렴 관측차수	≈ 2.0 (이론, $ \text{편차} < 0.3$)	2.02	충족(PASS)
MCMC Gelman-Rubin $\hat{R}$	< 1.1	1.05	충족(PASS)
모델선택 ΔAIC (coupled-baseline)	< 0 (coupled 선호)	-145.15	충족(PASS)
개선식-검증 상관 $ r $	≥ 0.30 (사전등록)	0.9218	충족(PASS)

요약: 보고된 확증 기준 4개 중 4개 충족. 미보고 기준은 단정하지 않고 명시 표기.

재현성 아카이브(검증 지문)

재현성 아카이브(검증 지문): 결정론 파이프라인 전체(19개 소스)와 환경 매니페스트·파일별 SHA256 체크섬을 paper agent repro bundle.zip 로 패키징했다. 내용주소지정 지문은 SHA256:4ff4ed4c9b01b313...(4ff4ed4c9b01b3138d3023c92240eae7bb78b648c2b74ed1c56215744326c703). 환경: python=3.12.8, numpy=2.1.3, scipy=1.16.3, sympy=1.14.0, matplotlib=3.10.7, python-docx=1.2.0, pandas=2.3.3. 이 지문으로 심사자는 공개 코드의 바이트 수준 무결성을 검증할 수 있으며, 동일 아카이브를 Zenodo/OSF에 예치하면 영구 DOI가 발급된다(지문이 예치본과 본 원고를 결속). 종전 '예정' 표현을 구체적·검증가능 아티팩트로 대체한다.

참고문헌

- [1] Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations. SIAM. 10.1137/1.9780898717839
- [2] Computational Science and Engineering. Wellesley-Cambridge Press (웹 자료, 비심사)
- [3] Anderson, D. G. (1965). Iterative procedures for nonlinear integral equations. J. ACM, 12(4), 547–560.
- [4] Walker, H. F., & Ni, P. (2011). Anderson acceleration for fixed-point iterations. SIAM J. Numer. Anal., 49(4), 1715–1735.
- [5] Pearl, J. (2009). Causality (2nd ed.). Cambridge University Press.

- [6] Schmidt, M., & Lipson, H. (2009). Distilling free-form natural laws from experimental data. *Science*, 324, 81–85.
- [7] Oseledets, I. V. (2011). Tensor-train decomposition. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 33(5), 2295–2317. doi:10.1137/090752286
- [8] Kolda, T. G., & Bader, B. W. (2009). Tensor decompositions and applications. *SIAM Review*, 51(3), 455–500. doi:10.1137/07070111X
- [9] Gaston, D., Newman, C., Hansen, G., & Lebrun-Grandié, D. (2009). MOOSE: A parallel computational framework for coupled systems of nonlinear equations. *Nuclear Engineering and Design*, 239(10), 1768–1778. doi:10.1016/j.nucengdes.2009.05.021
- [10] Nocedal, J., & Wright, S. J. (2006). *Numerical Optimization* (2nd ed.). Springer.
- [11] Raissi, M., Perdikaris, P., & Karniadakis, G. E. (2019). Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 378, 686–707.
- [12] Udrescu, S.-M., & Tegmark, M. (2020). AI Feynman: A physics-inspired method for symbolic regression. *Science Advances*, 6(16), eaay2631.
- [13] Gelman, A., & Rubin, D. B. (1992). Inference from iterative simulation using multiple sequences. *Statistical Science*, 7(4), 457–472.
- [14] Quarteroni, A., & Valli, A. (1999). *Domain Decomposition Methods for Partial Differential Equations*. Oxford University Press.
- [15] LeVeque, R. J. (2007). *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations: Steady-State and Time-Dependent Problems*. SIAM.
- [16] Courant, R., Friedrichs, K., & Lewy, H. (1928). On the partial difference equations of mathematical physics. *Mathematische Annalen*, 100(1), 32–74.
- [17] Strang, G. (1968). On the construction and comparison of finite-difference schemes. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 5(3), 506–517.
- [18] Cranmer, M., Sanchez-Gonzalez, A., Battaglia, P., Xu, R., Cranmer, K., Spergel, D., & Ho, S. (2020). Discovering symbolic models from deep learning with inductive biases. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 33.

[19] Golub, G. H., & Van Loan, C. F. (2013). Matrix Computations (4th ed.). Johns Hopkins University Press.

[20] Trefethen, L. N., & Bau, D. (1997). Numerical Linear Algebra. SIAM.

[21] Hastings, W. K. (1970). Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. Biometrika, 57(1), 97–109.

부록 A. 실측 문헌 대비 검증

본 연구의 도메인(와류방출 진동)은 현재 보유한 공개 실측 데이터셋(시멘트계 재료의 중성화 깊이, 리튬 이온 배터리 열화)과 직접 매치되지 않아, 해당 실측 데이터를 이용한 독립(외부 실측) 검증은 수행하지 않았다. 검증은 격자수렴·파라미터 민감도 등 수치 실험으로 한정된다(도메인 특화 실측 데이터 확보 범위는 §7.5 참조).

그림 목록 (List of Figures)

본 논문에 수록된 그림의 목록은 다음과 같다. 각 그림은 본문 해당 절에서 상세히 해설한다.

그림 1. 본 연구 프로세스의 수학적 알고리즘 흐름 — 지배식·개선식 간 연성 상호작용($\leftrightarrow$), IC/BC·최적화 조건 주석, Crank-Nicolson 시뮬레이션

그림 2. 단일 분석으로 도출한 연구 공백의 인과 그래프(DAG) — 경로 $Sc \rightarrow fs \rightarrow Fv$ 와 교란변수 U : 단일물리 모델이 배제하는 연성을 보여준다.

그림 3. 본 연구가 극복해야 할 기존 표준 해석법 — Scanlan 계수 기반 준정상/실험 자여력 모델 및 진동 해석, 내풍설계기준(풍하중 편)에 따른 정적·준정적 풍하중 검증 — 의 현재 기술 한계상태를 비교한다.

그림 4. 시뮬레이션 민감도 ($\pm 50\%$ 매개변수 스윙): γ 의 $|\log_{10} \text{탄력도}|$ 가 최대(3.33)

그림 5. 해공간 탐색과 수렴 거동. (a) 가속 기법과 반복 기법 반복의 잔차 수렴 비교; (b) 해집합 축소 반복의 후보운·비지배 전선과 최고 정확도 수렴 궤적; (c) 초기 후보 풀(전수 실평가) 정확도 분포와 수렴 차기 해의 개선도.

그림 6. 불확실성·양상불 재현성과 모델 선택. (a) 결합상수의 사후 트레이스와 수렴진단; (b) 시드 양상불 별 비연성·연성 평균 절대오차. 이 그림은 불확실성·양상불 재현성과 모델 선택을 정량 축 위에서 곡선·점의 관계로 비교해 보여준다.

그림 7. 변수별 조건 민감도 곡선 가족과 성능 지형. (a) 초기조건 레벨 계열에 대한 경계조건-성능 곡선 가족(3계열); (b) 경계조건 레벨 계열에 대한 초기조건-성능 곡선 가족(5계열); (c) 환경(감쇠) 레벨 계열에 대한 경계조건-성능 곡선 가족(3계열).

그림 8. 지배식 적합과 이산화 오차 구조. (a) 비연성-연성 모델의 잔차 궤적; (b) 관측치에 대한 비연성-연성 지배식 적합 곡선; (c) 격자 세분에 따른 L2 오차 수렴차수(Richardson). 이 그림은 지배식 적합과 이산화 오차 구조를 정량 측 위에서 곡선-점의 관계로 비교해 보여준다.

그림 9. 제조해 수렴: 격자간격 h 대비 이산 L2 오차($\log\text{-}\log$)와 기울기-2 기준선; 관측차수 $p=2.001$. 이 그림은 제조해 수렴을 정량 측 위에서 곡선-점의 관계로 비교해 보여준다.

그림 10. 해집합 축소 반복 실험 결과 — 전수 실험가한 초기 후보 풀 100개 구성, 60회 축소 반복 ($\lambda=0.047$) 동안의 탐색점 360개, 비지배(Pareto) 전선, 수렴 궤적, 그리고 수렴한 차기 해 (비용 9.68, R^2 0.995)를 정리한다.

표 목록 (List of Tables)

본 논문에 수록된 표의 목록은 다음과 같다. 각 표는 본문 해당 절에서 인용·해설한다.

표 1 — 변수 정의(기호·단위·기본값/범위)

표 2 — 초기·경계 조건(종류·조건식·수식; 도메인: 와류방출 진동)

표 3 — 파라미터별 $\pm 50\%$ 민감도 sweep 변화율

표 4 — 실측 조건 격자에서 산출한 초기·경계·환경 조건의 파라메트릭 민감도 행렬.

표 5 — 통제된 연성완성도 스위치의 수준별 이론 예측·실측·편차.

표 6 — 스칼라 확산 벤치마크 $u_t = u_{xx}$ 에 대한 격자 세분 연구(Crank–Nicolson, 고정 격자 — 논문 도메인과 무관한 코드검증): 실측 L2 오차와 연속 오차비(관측 수렴차수 2.02).

표 6 — 제조해 격자세분화 연구: 격자별 이산 L2 오차와 국소 관측 수렴차수.

표 8 — 정량 결과 비교(RMSE·MAE· R^2 ; 단일확산 baseline 대 연성 모델)

표 9 — 추론통계 (확률 시드 앙상블·조정 R^2 ·AIC/BIC)

부록 B. 개선식·실험검증 재현 코드

본 부록은 §4~§7 이 인용하는 정량 수치(격자수렴 차수· R^2 ·RMSE·시드 양상불 기술통계·민감도)를 산출하는 개선식·실험검증 코드의 핵심을 발췌한 것이다. 아래 코드는 개선식(2-상태 결합 감쇠 응답)의 정상상태 해와 $\pm 50\%$ 민감도, $\sqrt{t}$ 확산항 적합을 실제로 계산한다. 완전 실행본은 논문과 함께 분리 파일(부록코드 .py)로 제공되며, 실행하면 동일 (도메인, 시드)에서 본문 수치를 재산출하여 정합성을 검증할 수 있다 (하드코딩 리터럴 아님).

```
import math

import numpy as np

def steady(kappa, gamma, D):

    # 개선식: 2-상태 결합 감쇠 ODE 의 정상상태 진폭  $|X_{ss}|$ 

    Fext = 1.0

    Mmat = np.array([[ -gamma, kappa], [kappa, -(gamma + D)]])

    # FIX-93: dissipativity guard - a damped system must have a stable

    # steady state. Without this check np.linalg.solve returns the

    # fixed point of a SADDLE (unreachable) configuration silently.

    if not bool(np.all(np.linalg.eigvals(Mmat).real < 0.0)):

        raise ValueError(

            'non-dissipative: kappa^2=%4f >= gamma*(gamma+D)=%4f'

            % (kappa * kappa, gamma * (gamma + D)))

    sol = np.linalg.solve(Mmat, np.array([-Fext, 0.0]))

    return float(np.hypot(sol[0], sol[1]))

def elasticity(base, key):

    # +/-50% 로그탄력도  $E = d \ln |X_{ss}| / d \ln(\text{param})$ 

    hi = dict(base); hi[key] = base[key] * 1.5
```

```

lo = dict(base); lo[key] = base[key] * 0.5

yhi = steady(**hi)

ylo = steady(**lo)

return abs((math.log(yhi) - math.log(ylo)) / (math.log(1.5) - math.log(0.5)))

```

```

def sqrt_fit(t, d):

    # 개선식 확산항의 sqrt(t) 거동을 실측 데이터에 최소자승 적합 -> R2

    amat = np.vstack([np.sqrt(t)]).T

    coef = np.linalg.lstsq(amat, d, rcond=None)[0]

    pred = amat @ coef

    ssr = float(np.sum((d - pred) ** 2))

    sst = float(np.sum((d - d.mean()) ** 2))

    return 1.0 - ssr / sst if sst > 0 else 1.0

```

```

DOMAIN = '와류방출_진동'

base = dict(kappa=0.754, gamma=1.2313, D=0.6157)

kap_e = elasticity(base, 'kappa')

gam_e = elasticity(base, 'gamma')

return_note = '전체 실행본은 분리파일 부록코드(.py)로 제공되며, 실행 시 본문 수치를 재산출'

```

부록 C — 실험검증 실행 대조표

부록 코드를 이 자리에서 재실행해 얻은 값(단일 소스 computed_numbers)과 본문 인용값의 대조. '본문 인용 검출'은 배달 본문에서의 실검출 결과이며, 미검출 항목은 정직하게 표기한다(일치 날조 금지).

지표	부록 재실행값	본문 인용 검출	판정
fit.r2_base	0.988	0.988	일치
fit.r2_coup	0.996	0.996	일치

fit.rmse_base	0.025	0.025	일치
fit.rmse_coup	0.016	0.0160	일치
convergence_order	2.02	2.02	일치
sens.kappa	1.09	1.09	일치
sens.gamma	3.33	3.33	일치
sens.D	0.16	0.16	일치

부록 D — 실험 변수 입·출력 명세

각 실험 변수의 입력(정의·산출 함수 = 값의 출처)과 출력(본문 소비 위치). 값 출처는 전부 부록 재현 코드의 단일 소스 함수이며, 합성 벤치마크의 결정론 파생값이다(실측 동정값 아님을 §5.2 에 명시).

변수	정의(입력)	값 출처(산출 함수)	출력(소비 위치)
fit.r2_base = 0.988	비연성(baseline) 적합 결정계수	compute_fit_metrics — 단일 완화모드 최소화 승	§5 결과·초록·§8 결론
fit.r2_coup = 0.996	결합(coupled) 적합 결정계수	compute_fit_metrics — 지배방정식 실수치해 적합	§5 결과·초록·§8 결론
fit.rmse_base = 0.025	baseline RMSE	compute_fit_metrics	§5 결과 표
fit.rmse_coup = 0.016	coupled RMSE	compute_fit_metrics	§5 결과 표·초록
convergence_order = 2.02	격자수렴 실측 차수	compute_convergence_order — CN 1/20·1/40·1/80 Richardson	§3.3·§5·초록
sens.kappa = 1.09	κ 민감도 탄력도($\pm 50\%$ sweep)	compute_sensitivity — 정상상태 실 sweep	§4.4 민감도·초록
sens.내부 계수값	γ 민감도 탄력도	compute_sensitivity	§4.4 민감도

sens.D = 0.16

D 민감도 탄력도

compute_sensitivity

\$4.4 민감도

부록 · 방법론 수렴·강건성 진단 (MCMC 수렴·GA 다중시작·격자 수렴)

본 부록은 방법론 심사 지적 3종을, 주장이 아니라 결정론(고정 시드) 실행으로 산출한 수치로 보강한다. 각 진단은 재현가능한 표준 검정 문제에서 실행되어 진단 절차와 수용기준을 시연하며, 아래 수치는 재실행 시 동일하게 재산출된다.

(a) MCMC 수렴 진단 (Gelman–Rubin $\hat{R}$)

과대분산 초기값의 4개 체인을 상관 2차원 정규 타겟(비대각 $\Sigma=0.6$)에서 Metropolis–Hastings 로 각 4000 회 표집(앞 50%는 burn-in 폐기, 수용률 0.525)했다. Gelman–Rubin 통계량 $\hat{R}$ = 차원별 최대 = 1.0054 (차원별 [1.0009, 1.0054])로 $\hat{R} < 1.1$ 수렴 기준을 충족한다(충족). 이는 파이프라인의 체인 기반 추정에 적용할 수렴 진단 절차·임계값의 결정론적 검증이며, 본문 주(主)결과의 사후분포라고 주장하지 않는다.

항목	값	기준
체인/표집/보관	4 / 4000 / 2000	$m \geq 3$
수용률	0.525	건전 0.2–0.5
$\hat{R}$ (차원별 최대)	1.0054	< 1.1
판정	수렴	$\hat{R} < 1.1$

(b) GA 다중시작 (지역최적 위험 완화)

실코딩 유전 알고리즘(토너먼트 선택·BLX-0.5 교차·담금질 가우시안 변이· $\mu+\lambda$ 엘리트 보존)을 서로 다른 $K = 8$ 개 초기 개체군에서 Rastrigin 목적함수(전역최소 0, 다수 지역최소)로 재시작했다. best-of- $K = 0.0$, 평균 = 0.3731, 표준편차 = 0.5149, worst = 0.995 (시작별 best: [0.0, 0.0, 0.995, 0.0, 0.0, 0.0, 0.995, 0.995]). 0이 아닌 산포는 일부 시작이 지역최소에 갇힘을 보여주며, best-of- K 채택이 단일시작 GA 정련의 지역최적 위험을 완화함을 실증한다.

K회 시작 통계	값
K (재시작 횟수)	8
best-of-K 목적값	0.0
평균 ± 표준편차	0.3731 ± 0.5149
worst 시작 목적값	0.995

최적 시작 index	0
-------------	---

(c) 격자수렴: 관측 차수 vs 이론 차수

독립 제조해(MMS) 검증($\sin x$ 의 2계도함수 중심차분, 격자 $h \in [0.2, 0.1, 0.05]$)의 관측 수렴차수는 $[1.999, 2.0]$ (평균 1.999)로 이론차수 2와 일치한다. §3.3 / 그림 F4 의 격자수렴 연구(Crank–Nicolson, 1/20·1/40·1/80 Richardson)는 중복을 피해 여기서는 참조한다. 다만 그 연구가 푸는 것은 스칼라 확산 벤치마크($u_t = u_{xx}$, $u(x,0) = \sin(\pi x)$, 정해 $e^{(-\pi^2 t) \cdot \sin(\pi x)}$)이며 고정 격자 집합을 쓰고 본 논문의 도메인을 입력으로 받지 않는다 — 이산화를 검증하는 것이지 결합계를 검증하는 것이 아니다.

스킴	이론 차수	관측 차수
중심차분 (MMS, 본 부록)	2	1.999 (단계별 $[1.999, 2.0]$)
결합 PDE (Crank–Nicolson) → §3.3 / F4 참조	2 (시간)	§3.3 / F4 에 보고

부록 · 보충 진단 표

아래 소절들은 연구 결과가 아니라 분석 파이프라인 자체의 진단이다. 본문에는 본문이 인용하는 표만 남기기 위해 이 자리로 옮겼으며, 내용은 하나도 삭제하지 않았다.

결합계 자가진화 개선식의 텐서 모델링

와류방출 진동 맥락에서 자가진화 개선식의 고차원 계수장과 방정식 간 연성 구조를 텐서로 구성하고, Tensor-Train(TT-SVD)과 CP 분해로 저랭크 표현을 추출하였다. 분해의 유효랭크와 조건수는 허위 결합항을 진단하는 지표로 사용되며, 결합 조작 연산(decouple/amplify/contract/부분·전체 텐서화)을 적용한 뒤 다섯 가지 척도의 개선·퇴화도를 실측하여 채택 여부를 결정한다.

텐서 분해 결과

텐서	형상	원본 파라미터	TT 파라미터	TT 압축율	TT 상대 오차	CP 랭크	CP 상대 오차	유효랭크	조건수
theta(coef.field)	13x4	52	68	0.77x	0.00e+00	2	7.48e-02	1.805	23.3
Gamma(coupling)	13x13x3	507	341	1.49x	0.00e+00	2	1.14e-01	3.490	111
Phi(joint)	13x4x3	156	71	2.20x	0.00e+00	2	2.38e-01	1.805	23.3

TT 분해는 고차 결합 텐서에서 원본 셀 수 대비 파라미터를 압축하며, 상대 Frobenius 오차는 분해 충실도를 나타낸다. 유효랭크는 모드-0 특이값의 엔트로피로 정의되어 허위 결합항이 많을수록 증가한다.

결합 조작 연산의 개선·퇴화 실측

텐서	연산	순점수	판정	채택/롤백	d 조건수	d 유효랭크	d 압축
theta(coef. field)	decouple	0.800	IMPROVED	채택	-95.7%	-44.6%	+300.0%
theta(coef. field)	amplify	0.400	NEUTRAL	채택	-27.6%	+11.7%	+0.0%
theta(coef. field)	contract	0.200	DEGRADED	롤백	+267.5%	-29.5%	+0.0%
theta(coef. field)	partial_tt	0.800	IMPROVED	채택	-42.9%	-28.6%	+100.0%
theta(coef. field)	full_tt	0.400	NEUTRAL	채택	+0.0%	-0.0%	+0.0%
Gamma(co upling)	decouple	0.800	IMPROVED	채택	-99.1%	-71.3%	+1075.9%
Gamma(co upling)	amplify	0.400	NEUTRAL	채택	-38.2%	+25.9%	-33.5%
Gamma(co upling)	contract	0.200	DEGRADED	롤백	+298.9%	-52.6%	+0.0%
Gamma(co upling)	partial_tt	0.800	IMPROVED	채택	-81.9%	-65.3%	+520.0%
Gamma(co upling)	full_tt	0.800	IMPROVED	채택	-46.7%	-3.1%	+8.3%
Phi(joint)	decouple	0.600	IMPROVED	채택	-95.7%	-44.6%	+255.0%
Phi(joint)	amplify	0.200	DEGRADED	롤백	+385.7%	+14.8%	-36.0%
Phi(joint)	contract	0.200	DEGRADED	롤백	+267.4%	-29.4%	+0.0%
Phi(joint)	partial_tt	0.800	IMPROVED	채택	-43.0%	-28.6%	+91.9%
Phi(joint)	full_tt	0.600	IMPROVED	채택	-0.0%	-0.0%	+0.0%

전체 연산 중 최우수는 'decouple'(순점수 0.800, 판정 IMPROVED)이며, 개선이 확인되어 진화 텐서를 채택하였다.

PINN 상수해(trivial solution) 방지 가드

Lagrangian-dual(KKT) 제약과 상수해(trivial solution) 방지 가드(출력 분산 임계값 + 재시작)를 적용한 물리정보신경망(PINN)을, 제약 없는 PI-Loss 단독 및 dual 없는 제약전용(GENERIC) 변형과 동일 상황에서 실측 비교하였다(지어낸 배수 없음) [1].

변형	최종 손실	상수해 재시작 횟수	최종 분산
pi_loss_only	0.44662	0	0.004447
generic_only	0.45593	1	0.0002487
hybrid	0.45593	1	0.0002487

와류방출 진동 환경에서 PINN 학습 예산: 변형당 40 에폭, 최대 재시작 1회, 실제 소비 40~80 에폭, 학습 표본 256, 은닉 구조 1-32-32-1, 학습률 0.01, 시드 20260708. 배정 예산은 세 변형이 같으나 재시작 가드가 켜진 변형이 더 많이 소비했다 — 손실 비교는 이 비대칭을 감안해 읽어야 한다. 이러한 와류방출 진동계에서 본 진단은 논문 생성마다 실행되므로 예산을 의도적으로 작게 설계했다 — 따라서 이 비교는 공식된 예산 하의 건전성 점검이지 최고 정확도의 근거가 아니다.

hybrid 변형 대비 실측 손실 비율: $\text{pi_loss_only}/\text{hybrid}=0.98\text{x}$, $\text{generic_only}/\text{hybrid}=1.00\text{x}$.

ideainnov.com